

PCP 平价关系在期权产品设计中的运用

PCP 平价关系是最早被提出的经典的期权定价模型之一。因其限制条件较少和公式简洁等因素，该模型在场内外期权市场得以广泛运用。而且，通过平价关系，使得对期权相关知识学习与培训将变得更加易懂。然而，在目前国内相关研究与期权培训中，该平价关系大多仅局限于用于套利分析，尚未充分挖掘其价值。本文将以欧式期权平价关系为例，探讨如何利用该等式以增强对期权的理解与运用。

Put-Call Parity（简称，PCP）平价关系最早由 Stoll（1969）提出，Merton（1973）将该模型扩展至美式期权。Stoll 通过对场外期权市场（OTC）研究发现，在套利机制顺畅前提下，看涨期权、看跌期权及现货价格三者复杂的关系可通过简单的等式表示出来，称之为 PCP 平价关系（式）。PCP 平价关系除了要求市场充分有效保证套利顺畅外，几乎无需其他假设条件。因此，模型实用性得以增强。而且，该模型所有变量均可由市场中观察或反推出来，规避了关于 B-S 期权定价模型对未知的市场波动进行估计的问题，有效地降低模型的风险。基于以上两点优势，PCP 得以广泛运用。而且，以 PCP 来解释期权相关理论知识将变得更加容易理解。

一、PCP 平价关系的推导

有趣的是，近 40 年学者基本上延续 stoll 的由资产组合案例来推导一般性等式的方法，本文尝试以一般性数学等式来推导。由数学恒等式可知，

$$\text{Max}\{0, S - K\} - \text{Max}(K - S, 0) + K = S$$

将等式移项可得

$$\Rightarrow \text{Max}\{0, S - K\} + K = S + \text{Max}(K - S, 0) \quad ①$$

期权，赋予买方未来有权利按照预先约定的执行价格在有效期内购买或出售某种标的资产的合约。按照期权定义，欧式期权在到期日（T），若标的资产价格（S）高于期权执行价（K），则看涨期权价值（C）就为标的物的价格与期权执行价之差， $C = S - K$ 。若标的资产价格（S）低于期权执行价（K）时，买方选择不执行，此时看涨期权没有价值，即 $C = 0$ 。可见，欧式看涨期权在到期日的价值为：

$C = \text{Max}\{(S - K), 0\}$ 。相应的，具有相同到期日，同一标的和同一执行价的欧式看跌期权（P）在到期日的价值为 $P = \text{Max}\{0, (K - S)\}$ 。将欧式看涨期权在到期日的价值、看跌期权在到期日的价值代入恒等式①可得：

$$\Rightarrow C + K = P + S \quad ②$$

将等式②折现为当前的价值分别为 c ， $Ke^{-r(T-t)}$ 和 p ， s ，即为

$$c + Ke^{-r(T-t)} = p + s \quad (T-t \text{ 为期权到期剩余区间}) \quad ③$$

以上等式③，即为**看涨-看跌平价关系式**。当资产存在收益（I）时，该平价关系为：

$$c + Ke^{-r(T-t)} + I = p + s \quad (4)$$

因美式期权具有到期前提前行权的权利，莫顿（Merton）将平价关系扩展至美式期权，在美式期权下平价关系为：

$$s - K \leq c - p \leq s - Ke^{-r(T-t)} \quad (5)$$

实际上，以上仅就期权买方角度来演绎 PCP 平价关系式，以期权卖方来演绎，结果一样。

二、PCP 平价关系与期权价格的影响因素

对于期权初学者而言，理解期权价格的影响因素较易于混淆，但用 PCP 来推导就迎刃而解。如以上等式④可知，影响期权价格的因素由执行价 K 、无风险利率 r 、剩余期限 $T-t$ 、资产收益 I 、标的 s 五项因素组成。此外，看涨 c 与看跌 p 之间亦相互影响，该影响因素主要由未知的不可观测波动率驱动的。

而且，用 PCP 更易于看出各因素与期权价格变动的方向关系。如等式④，当其他因素确定时，执行价 K 与看涨期权 c 之间为负相关，执行价越高则相应的看涨期权价值越低；反之，越高。而执行价 K 与等式右边的看跌期权 p 为正相关，即执行价越高则相应的看跌期权价格越高；反之，越低。此外，未知的波动率将引起等式双边看

涨期权 c 和看跌期权 p 同方向变动。同理，亦易于推导其他因素与期权价格变动关系。

图表 1: PCP 平价关系与欧式期权价格的影响因素

平价关系因子	看涨期权	看跌期权
执行价 K	负相关 (-)	正相关 (+)
无风险利率 r	负相关 (-)	正相关 (+)
剩余期限 T-t	负相关 (-)	正相关 (+)
资产收益 I	正相关 (+)	负相关 (-)
标的 s	正相关 (+)	负相关 (-)
未知的波动率	正相关 (+)	正相关 (+)
看涨期权 c 或看跌期权 p 最终结果由等式其他项综合决定。		

三、PCP 平价关系与期权风险指标关系

同样，用 PCP 推导各因素对期权价格影响程度也就变得简单。当其他条件不变，一项影响因素变动对期权造成影响程度，称之为期权价格敏感度，或风险指标关系，或为希腊字母（GREEKS）。如，风险指标 Delta（ Δ ），为标的资产价格变动 1 单位，期权价格变变动多少。在数学上，对 s 求偏导， $\Delta = \frac{\partial c}{\partial s}, \frac{\partial p}{\partial s}$ 分别表示为 Δ_c, Δ_p 。

对等式③的 s 求偏导可得， $c+Ke^{-r(T-t)}=p+s \Rightarrow \frac{\partial c}{\partial s}=\frac{\partial p}{\partial s}+1 \Rightarrow \Delta_c=\Delta_p+1$ 。同理，可推导出其他风险指标。此外，通过以上影响因素还可推导出风险指标的基本特征。

图表 2：PCP 平价关系与期权风险指标关系

风险指标	看涨期权	看跌期权	关系	基本特征
Delta	Δ_c	Δ_p	$\Delta_c=\Delta_p+1$	买权多头 $0<\Delta<1$ ，卖权多头 $-1<\Delta<0$ 。空头相反
Gamma	Γ_c	Γ_p	$\Gamma_c=\Gamma_p$	期权多头 $\text{Gamma}>0$ ，期权空头 $\text{Gamma}<0$
Vega	v_c	v_p	$v_c=v_p$	期权多头 $\text{Vega}>0$ ，期权空头 $\text{Vega}<0$
Theta	θ_c	θ_p	$\theta_c+rKE=v_p$	通常，期权多头 $\text{Theta}<0$ ，期权空头 $\text{Theta}>0$

通过以上风险指标关系，对冲期权风险就相对容易。

四、PCP 平价关系在平值期权附近应用

平值期权具有很多独特的特性，历来受到理论界和实务界所重视。

1、平值期权为看涨与看跌价差最小者。按照理论定义，当期权行权价等于标的物价格时为平值期权，实务中稍有变通。如，股指期权

平值期权：以最接近沪深 300 指数当日收盘价的行权价格间距整数倍数值较小者为当月平值期权。如以上等式②， $C - P = S - K$ 或 $P - C = K - S \Rightarrow |C - P| = |S - K|$ 。当 $\text{Min}\{|S - K|\}$ ，也即是 $|C - P|$ 为最小。因此，实务中，在同一月的合约系列中，看跌与看涨之间差值最小者即为当月合约平值期权，并可适时调整策略，无需等待标的收盘来定位平值期权。

2、看涨期权比看跌期权贵。当期权处于平值时，标的价格 s 等于行权价 K 。假设不存在分红因素，由等式③， $c + Ke^{-r(T-t)} = p + s$

$$\Rightarrow c - p = K - Ke^{-r(T-t)} \Rightarrow c - p > 0 \quad (e^{-r(T-t)} < 1)$$

因看涨期权价值中包含利息成分（资金时间价值）而看跌期权没有，因此，看涨期权价值高于看跌期权是为一种合理状态。在实务中，将“买权大于卖权”的现象简单的归因于买权需求太强，是缺乏理论根据的。

五、PCP 平价关系在期权定价中应用

由等式④可知， $c = p + s - Ke^{-r(T-t)} - I$ ，当看跌期权、标的资产价格等已知时，即可求出看涨期权价格。PCP 定价缺点在于使用相对定价法，看涨 c 与看跌 p 相互依存，另外一方必须已知。直到 1977 年 6 月芝加哥期权市场才推出看跌期权，当不存在看跌期权时，PCP 也就无法有效地解决当时市场上看涨期权定价问题，直至 B-S 定价模型出现。因此，本质上，PCP 定价仍需依存其他期权定价模型。但

PCP 定价优势明显，一是，相对定价法规避波动率估计存在误差和标的资产不服从正态分布假设等问题，有效地降低模型风险；二是，因定价公式简单，定价效率更高，尤其是在高频数据上优势明显。

六、PCP 平价关系在套利中应用

PCP 套利已广泛运用于理论与实务中。当以上等式不成立时，意味着市场存在理论上无风险套利机会。当 $c + Ke^{-r(T-t)} + I - p - s = M$ 时，表明市场存在 M 套利空间。可通过抛售过高估值，买入被低估资产。在本等式中，卖出看涨期权 c，买入看涨期权 p，并卖出债券或借钱买入标的，最终将获得无风险收益 M。其他组合套利方式以此类推。看跌看涨套利机制存在，使得买权与卖权维持平衡。A 股早期的认购权证长期偏离其价值，一个重要原因在于缺乏看跌权证的制衡。

此外，当标的为不可交易指数时需对套利模型进行调整，如，中金所沪深 300 指数股指期货，利用股指期货 f 替代标的沪深 300 指数。因股指期货乘数为 300，该模型相应变为

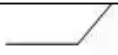
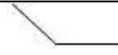
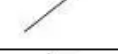
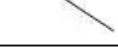
$3c + 3Ke^{-r(T-t)} + 3I - 3p - f \neq 0$ ，以确定套利可行性。

而且，利用不等式 $s \neq p - c - Ke^{-r(T-t)} - I$ ，预判标的预期走势。

七、PCP 平价关系在产品设计中应用

PCP 最重要的应用领域是在期权策略开发和产品设计中。如，等式 $c + Ke^{-r(T-t)} = p + s$ ，可理解为买进看涨并持有现金或零息债券构造一个合成看涨期权。通过等式的移项，可以合成多种策略组合。

图表 3：PCP 平价关系在策略开发中运用

构造策略组合	合成效果	收益/风险图形
买进看涨+持有现金	合成看涨期权（买看涨+买标的）	
买进看涨+卖出标的	合成看跌期权（买进看跌）	
卖出标的+卖出看跌	备兑看跌期权（卖出看涨）	
卖出看涨+买进标的	合成看跌期权空头	
买进看涨+卖出看跌	合成标的（S 中 月 °, 键盘 人物 衣服 扳手）	
卖出看涨+买进看跌	合成标的的空头（做空标的）	
卖看涨+买看跌+买标的	合成债券/现金（买进债券）	

如上图 3，利用 PCP 构成策略组合，均可合成 7 种最基本策略。利用执行价的不同等可衍生更多投资策略组合。而目前流行的结构性产品也主要源自 PCP 原理，尤其是保本类理财产品。如，1986 年 9 月所罗门兄弟公司首次发行结构性理财产品-S&P500 指数联动产品 (SPIN)，该产品是低利率的付息债券和一个中期欧式 S&P 500 指数买权的合成看涨期权；大通银行于 1987 年 3 月发行的世界上首个保本结构性产品-指数联动存单，该产品为存款和利用利息购买带有障

碍的选择权合成的看涨期权，等。目前国内外结构性理财产品形式日趋多样，结构日趋灵活。如，资本保证类产品、收益增强型结构性产品、参与型结构性产品及臭名昭著的聚宝盆（Accumulator）等。虽某些产品构成方法不同，但结果具有相似性，均可由 PCP 构造。

综合以上分析，PCP 平价关系具有丰富的经济和金融内涵，覆盖了关于期权定义、影响因素、风险衡量、套利、策略和产品设计等，似有“无孔不入”。因此，理解和运用 PCP 平价关系可事半功倍。