

期权套利，让投资更多彩

——ETF 期权无风险套利策略的实证应用

余力

2014-7-25

上海证券有限责任公司

上海市西藏中路 336 号，200001

作者简介：余力，男，瑞士苏黎世联邦理工应用数学硕士，现任上海证券创新发展总部创新实验室分析师，借调于上海证券交易所衍生品部，期权工作小组业务管理组成员，主要研究衍生品市场和量化交易。

摘要：本文中，我们将运用 6、7 两个月的全真模拟行情数据对 6 大无风险套利策略的有效性和可操作性进行实证性的分析。每个套利策略将分成四个小部分：“策略原理”、“战机捕捉”、“盈亏解析”、以及“策略感悟”。其中：“策略原理”将通过已有的理论和直观的图表来解释各种常用套利策略的原理，使每一个套利策略建立在严密的逻辑之上；“战机捕捉”将例举 6、7 月份模拟行情中所捕捉到的套利良机，并真实地把市场中各部分摩擦考虑在内（如账户中的保证金状况、交易费用、买卖价差、冲击成本等）；“盈亏解析”则将捕捉到的“战机”进行损益上的深度剖析，具体计算出开仓时的盈亏、到期平仓时各种情景下的盈亏，以及我们最终的实际盈亏；“策略感悟”将针对每一个套利策略的实战操作，记录下我们最切身的体会与心得（如下单的顺序该如何选择，持有到期还是提前平仓等）。

策略结果：在 6、7 月份中，我们通过相关程序，运用了六大套利策略捕捉全真模拟行情中各个合约的错误定价。在两个月的时间内，以“积少成多”的方式，在套利头寸上累积收益率 6.43%，年化收益率 38.58%，最大回撤 0.01%。由于无风险套利的性质，收益回撤仅发生在套利利润无法覆盖住交易成本的时刻，该策略收益稳定、回撤极小，是获得持续性收益的必要方式之一。

关键词：套利策略；合成 ETF 套利；盒式套利；凸性不等式；价差不等式；期差不等式等

目录

一、前言.....	3
二、合成 ETF 空头套利.....	4
1、策略原理.....	4
2、“战机”捕捉.....	5
3、盈亏解析.....	6
4、策略感悟.....	7
三、合成 ETF 多头套利.....	7
1、策略原理.....	7
2、“战机”捕捉.....	9
3、盈亏解析.....	9
4、策略感悟.....	11
四、期权的凸性不等式与套利.....	13
1、策略原理.....	13
2、“战机”捕捉.....	15
3、盈亏解析.....	16
4、策略感悟.....	18
五、期权的盒式套利（箱型价差恒等式套利）.....	19
1、策略原理.....	19
2、“战机”捕捉.....	20
3、盈亏解析.....	21
4、策略感悟.....	22
六、期权的价差不等式套利.....	23
1、策略原理.....	23
2、“战机”捕捉.....	26
3、盈亏解析.....	28
4、策略感悟.....	31
七、期权的期差不等式套利.....	32
1、策略原理.....	32
2、“战机”捕捉.....	33
3、盈亏解析.....	34
4、策略感悟.....	35
八、小结.....	36

一、前言

回顾近三个月来的盘面，沪指几乎始终在 1950 至 2150 点的低位震荡区间内徘徊，大部分指数型的投资者只能在此“夹板”中求“生存”。在当前各类理财产品盛行的时代里，过高的无风险利率使得市场的风险溢价几乎都体现于股票市场中，这也直接导致了 A 股市场对外资持续性吸引力的不足。在这一狭小的震荡箱体内，投资者进行波段性操作的难度大大增加，经常会面临刚想追逐一波涨势，可这波涨势已经处于尾声的局面。

然而，当市场上出现了期权后，我们便可以换一个角度来审视盈利的方式，那就是无风险套利。所谓无风险套利策略，是指扣除交易成本外，开仓时刻就已经确定了正收益的投资策略。根据金融学的相关理论，在高效的市场里，每个投资者的投资方式都是理性的，而且市场会反映一切的信息，从而驱使那些错误的定价迅速回归合理，所以在高效的市场中，我们是无法找到百分之百能盈利的策略的。可是，在现实生活中，由于种种原因，比如投资者非理性，做市商报价模型的不恰当，都有可能让我们捕捉到某些期权合约之间不合理的价差关系，从而寻找到套利机会。我国现在正在进行 ETF 期权的全真模拟交易阶段，对于这样一个新兴市场，若能有效运用有理论基础的套利策略，则将可能大大增加无风险盈利的机会。一般而言，套利策略都至少涉及一买一卖的操作，因此根据上交所目前的合格投资人制度，套利策略的使用者必须是三级投资人。

本文中，我们将运用 6、7 两个月的全真模拟行情数据对 6 大无风险套利策略的有效性和可操作性进行实证性的分析。每个套利策略将分成四个小部分：“策略原理”、“战机捕捉”、“盈亏解析”、以及“策略感悟”。其中：

1、“策略原理”将通过已有的理论和直观的图表来解释各种常用套利策略的原理，使每一个套利策略建立在严密的逻辑之上；

2、“战机捕捉”将例举 6、7 月份模拟行情中所捕捉到的套利良机，并真实地把市场中各部分摩擦考虑在内（如账户中的保证金状况、交易费用、买卖价差、冲击成本等）；

3、“盈亏解析”则将捕捉到的“战机”进行损益上的深度剖析，具体计算出开仓时的盈亏、到期平仓时各种情景下的潜在盈亏，以及我们最终的实际盈亏；

4、“策略感悟”将针对每一个套利策略的实战操作，记录下我们在当时操作中最切身的体会与心得(如下单的顺序该如何选择，持有到期还是提前平仓等)。

下面，我们就将逐一阐述各个套利策略及其实证的应用案例。

二、合成 ETF 空头套利

1、策略原理

当我们买入一张 ETF 认沽期权，同时卖出一张相同标的、相同行权价的同月到期认购期权时，我们可以确信地说：我们一定能够在到期日以行权价 K 的价格卖出一定数量（数量等于期权的合约单位）的 ETF。这是因为到期时标的 ETF 价格仅会出现两种情形：一是到期日 ETF 价格高于行权价，此时，我们必须接受认购期权合约对手方的行权，以价格 K 卖出标的 ETF；二是到期日 ETF 价格不高于行权价，这时，我们将行使认沽期权赋予的权利，同样以价格 K 卖出标的 ETF。所以，通过这一操作，我们实质上已经合成了一定数量的 ETF 裸空头头寸。在下表中，我们可以更清晰地看出“卖出认购、买入认沽和买入标的”的盈亏情况。

表 1：“合成 ETF 空头套利”各部分头寸的盈亏

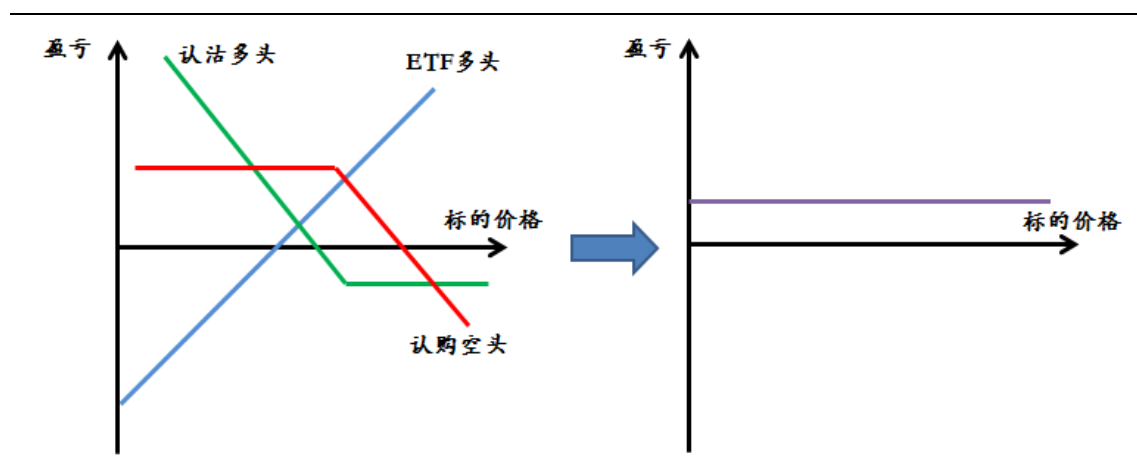
到期时刻 ETF 价格 情况	认购期权的盈亏	认沽期权的盈亏	ETF 头寸的盈亏	到期时刻的盈亏 (不计交易成本)
$S(T) > K$	$-(S(T)-K)+C(t, T)$	$-P(t, T)$	$+S(T)-S(t)$	$K+C(t, T)-P(t, T)-$
$S(T) \leq K$	$+C(t, T)$	$+(K-S(T))-P(t, T)$	$+S(T)-S(t)$	$S(t)$

因此一般而言，当下面的不等式（1）成立时，我们便捕捉到了无风险套利的机会。

$$K+C(t, T)-P(t, T)-S(t)-\text{各类交易成本} > 0 \quad (1)$$

其中， t 表示开仓时刻， T 表示到期时刻； $C(t, T)$ 表示 t 时刻交易， T 时刻到期的认购期权的最优买价； $P(t, T)$ 表示 t 时刻交易， T 时刻到期的认沽期权的最优卖价； K 表示上述认购、认沽期权的行权价； $S(t)$ 表示 t 时刻的标的 ETF 的市场最优卖价。

图 1：“合成 ETF 空头套利”的盈亏图



从图 1 中，我们可以看到“合成 ETF 空头”套利策略的盈亏演化过程，最终合成出一条位于横轴上方的水平直线，而直线与横轴的距离正是我们所获得的无风险套利利润。

2、“战机”捕捉

案例 1.1

6 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 100 万左右的虚拟资金，轻度虚值合约“180ETF 购 6 月 1950”受市场投机气氛爆炒的影响，曾于盘中严重偏离理论价值，其市场最优买价达到了 0.1014 元/份，而同一时刻“180ETF 沽 6 月 1950”的最优卖价为 0.0318 元/份，180ETF 的最优卖价为 1.922 元/份。下表反映了盘中两个期权合约以及 ETF 的价、量情况：

表 2：案例 1.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
180ETF 购 6 月 1950	0.1014	12 张	/	/
180ETF 沽 6 月 1950	/	/	0.0318	66 张
180ETF	/	/	1.922	577 手

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

根据上表中的即时行情，我们可以立即果断地做出如下套利操作：

表 3：案例 1.1 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 购 6 月 1950	卖出开仓	市价 FOK	12 张

180ETF 沽 6 月 1950	买入开仓	市价 FOK	12 张
180ETF	买入	市价	120000 份（120 手）

3、盈亏解析

通过表 3 中的操作，不论到期时刻 180ETF 的价格为几何，我们都锁定了一笔无风险的盈利。于是，我们在开仓后进行了以下的盈亏分析：

表 4：案例 1.1 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金占用 37236 元，当日的维持保证金为 43260 元。	$S(t)=1.922$	认购期权盈亏	+12168
		认沽期权盈亏	-3816
		180ETF 的盈亏	-230640
		期权交易成本	-240
		ETF 交易成本	全真模拟交易不计
		开仓盈亏	-222528
到期时刻，释放全部保证金。	如果 $S(T) > 1.950$	认购期权盈亏	+234000 - (120000 份 180ETF)
		认沽期权盈亏	0
		期权交易成本	0（被行权不收行权费）
		到期盈亏	+234000
		总盈亏=开仓盈亏 +到期盈亏	+11472
	如果 $S(T) \leq 1.950$	认购期权盈亏	0
		认沽期权盈亏	+234000 - (10000 份 180ETF)
		期权交易成本	-120（此处为行权费）
		到期盈亏	+233880
		总盈亏=现时盈亏 +到期日盈亏	+11352

数据来源：上海证券创新实验室

其中，认购期权的初始保证金公式 = [认购期权前结算价 + max (15%*标的的前收盘价 - max (行权价 - 标的的前收盘价, 0), 7%*标的的前收盘价)] * 合约单位；认购期权的维持保证金公式

$$= [\text{认购期权当日结算价} + \max(15\% \times \text{标的当日收盘价} - \max(\text{行权价} - \text{标的当日收盘价}, 0), 7\% \times \text{标的当日收盘价})] \times \text{合约单位}。$$

最终，180ETF 在 6 月 25 日收盘于 1.886 元，本次“合成 ETF 空头”套利操作的总盈亏以 11352 元收尾。

4、策略感悟

- 1) 交易的流动性主要体现在两个方面：一是市场宽度，即最优的买卖价差，二是市场深度，即最优价对应的量。“合成 ETF 空头套利”是否能够顺利进行很大程度取决于目标合约的市场深度，当深度不足时，就对我们的操作速度提出了很高的要求，这是因为最优买价或卖价很可能在瞬间发生了变动，导致市价委托成交时，不等式（1）已经不复成立。
- 2) 由于目前 ETF 期权交易没有组合下单指令，因此三个头寸（认购、认沽、现货 ETF）的下单是分开的。当期权的市场价格偏离得并不十分严重，或市场深度也并不充足时，定价偏离的时机可能转瞬即逝。一般 ETF 的流动性要远远好于 ETF 期权，因此此时先以现金保证金卖出开仓认购期权、买入开仓认沽期权，再买入相应数量的 180ETF 将是更明智的选择。当然，如果我们已经拥有足够数量的 180ETF 存货，则我们可以以此备兑开仓卖出认购期权，从而降低现金保证金的成本。
- 3) 在我们捕捉到不等式（1）成立的良机，并且成功成交后，理论上我们即使持有到期，也一定能够获得一笔无风险的利润，如上例中至少可获得 11352 元。然而，如果所开仓的认购或认沽合约在价格上已经被逐渐修复，重归合理，则我们可以计算一下立即平仓时最终获得的总盈利。若总盈利是一个比较可观的正数，我们也可以选择立即平仓，以释放认购义务仓所占用的保证金，从而继续寻找下一个更好的无风险套利良机。

三、合成 ETF 多头套利

1、策略原理

与上述“合成 ETF 空头套利”相反的操作称为“合成 ETF 多头套利”，它是指买入一张 ETF 认购期权，同时卖出一张相同标的、相同行权价的同月到期认沽期权时，再卖出一定数

量(数量等于期权的合约单位)的标的 ETF。由于标的 ETF 价格在到期日只会出现两种情况：一是到期日 ETF 价格不低于行权价，那么我们可以行使认购期权所赋予的买入权利，以价格 K 买入标的 ETF；二是到期日 ETF 价格低于行权价，则我们必须承担卖出认沽期权带来的义务，同样以价格 K 买入标的 ETF，因此通过这样的操作，我们其实锁定了在到期日以行权价 K 的价格买入标的 ETF 这一事件。并且，认购期权的多头和认沽期权的空头相当于合成了一定数量的 ETF 多头头寸。从下表中，我们可以更清晰地看出“合成 ETF 多头”操作的盈亏情况。

表 5：合成 ETF 多头套利”各部分头寸的盈亏

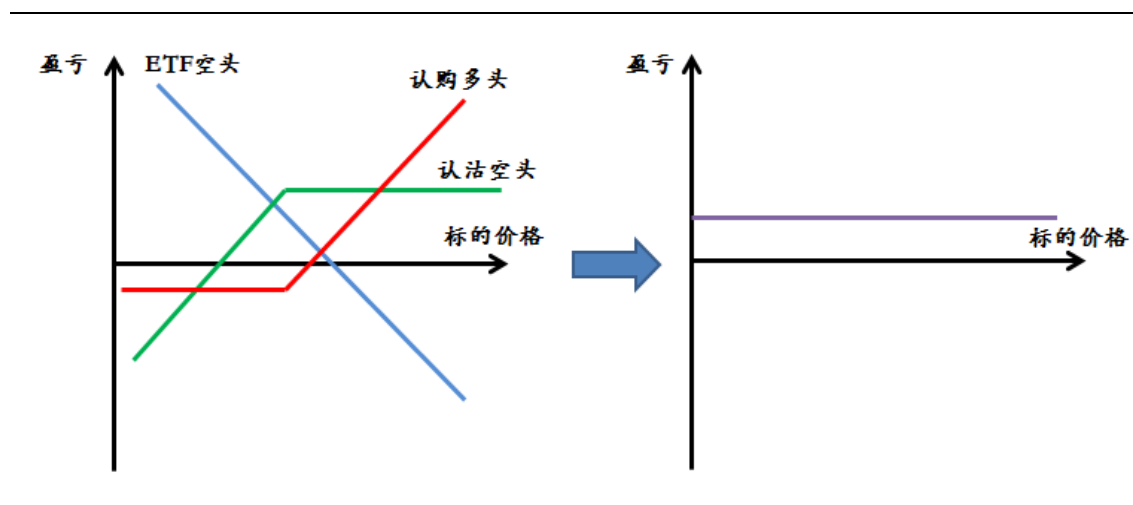
到期时刻 ETF 价格 情况	认购期权的盈亏	认沽期权的盈亏	ETF 头寸的盈 亏	到期时刻的盈亏 (不计交易成本)
$S(T) > K$	$+(S(T)-K)-C(t, T)$	$+P(t, T)$	$S(t)-S(T)$	$S(t)-C(t, T)+P(t, T)-K$
$S(T) \leq K$	$-C(t, T)$	$-(K-S(T))+P(t, T)$	$S(t)-S(T)$	

因此一般而言，当下面的不等式（2）成立时，我们便捕捉到了无风险套利的机会。

$$S(t)+P(t, T)-C(t, T)-K-\text{各类交易成本} > 0 \quad (2)$$

其中，t 表示开仓时刻，T 表示到期日收盘时刻；C(t, T) 表示 t 时刻交易，T 时刻到期的认购期权的最优卖价；P(t, T) 表示 t 时刻交易，T 时刻到期的认沽期权的最优买价；K 表示上述认购、认沽期权的行权价；S(t) 表示 t 时刻的标的 ETF 的市场最优买价。

图 2：“合成 ETF 多头套利”的盈亏图



从图 2 中，我们可以体会到“合成 ETF 多头”套利策略的盈亏演化过程，最终合成出一条位于横轴上方的水平直线，直线与横轴的距离就是我们所获得的无风险套利利润。

2、“战机”捕捉

案例 2.1

6 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 100 万左右的资金，并且在证券账户中持有 100000 份（100 手）180ETF。深度虚值合约“180ETF 沽 6 月 1700”受市场投机气氛爆炒的影响，其市场最优买价达到了 0.0060 元/份，其隐含波动率瞬间高达 74.14%，处于被高估的状态，而同一时刻“180ETF 购 6 月 1700”的最优卖价为 0.2100 元/份，180ETF 的卖一价和买一价分别为 1.916 和 1.915 元。下面是盘中两个期权合约的价、量情况：

表 6：案例 2.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
180ETF 购 6 月 1700	/	/	0.2100	33 张
180ETF 沽 6 月 1700	0.0060	10 张	/	/
180ETF	1.915	3365 手	1.916	4227 手

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

根据上表中的即时行情， $(0.0060 + 1.915 - 0.2100 - 1.700) * 10000 = 110$ 大于所有交易费用，我们可以立即果断地作出如下套利操作：

表 7：案例 2.1 相关的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 购 6 月 1700	买入开仓	市价 FOK	10 张
180ETF 沽 6 月 1700	卖出开仓	市价 FOK	10 张
180ETF	卖出	市价	100000 份（100 手）

3、盈亏解析

通过表 7 中的操作，不论到期时刻 180ETF 的价格为几何，我们也都锁定了一笔无风险

的盈利。于是，我们在开仓后进行了以下的盈亏分析：

表 8：案例 2.1 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金占用为 12300 元。	$S(t)=1.915$	认购期权盈亏	+600
		认沽期权盈亏	-21000
		180ETF 的盈亏	+191500
		期权交易成本	-200
		ETF 交易成本	全真模拟交易不计
		开仓盈亏	+170900
到期时刻，释放全部保证金。	如果 $S(T) > 1.700$	认购期权盈亏	$-170000 + (10000 \text{ 份 } 180\text{ETF})$
		认沽期权盈亏	0
		期权交易成本	-100（此处为行权费）
		到期盈亏	-170100
		总盈亏=开仓盈亏 +到期盈亏	+800
	如果 $S(T) \leq 1.700$	认购期权盈亏	0
		认沽期权盈亏	$-170000 + (10000 \text{ 份 } 180\text{ETF})$
		期权交易成本	0（被行权不收行权费）
		到期盈亏	-170000
		总盈亏=现时盈亏 +到期盈亏	+900

数据来源：上海证券创新实验室

其中，认沽期权的初始保证金公式 = $[\min(\text{行权价}, \text{认沽期权前结算价} + \max(15\% \times \text{标的的前收盘价} - \max(\text{标的的前收盘价} - \text{行权价}, 0), 7\% \times \text{行权价}))] \times \text{合约单位}$ ；认沽期权的维持保证金公式 = $[\min(\text{行权价}, \text{认沽期权当日结算价} + \max(15\% \times \text{标的的当日收盘价} - \max(\text{标的的当日收盘价} - \text{行权价}, 0), 7\% \times \text{行权价}))] \times \text{合约单位}$ 。

最终，180ETF 在 6 月 25 日的收盘价为 1.886 元，本次“合成 ETF 多头”套利操作的总盈亏以 800 元收尾。

4、策略感悟

- 1) 与“合成 ETF 空头套利”相同，期权合约本身的流动性将决定套利策略实施得顺利与否。流动性主要体现在两个方面：一是最优的买卖价差，二是最优价对应的量。有时，由于下单速度与行情的变化毕竟还有一段微小的时滞，因此虽然认沽合约的隐含波动率明显过高，但当其最优买价对应的买量并不充足时，相关合约的最优买、卖价就很可能在瞬间发生了变动，从而导致不等式（2）的转瞬即逝。
- 2) 在上述案例中，我们是在持有 100000 份 180ETF 存货时进行现货卖出操作的，这一操作方式最大的问题便在于面临现货的存货风险，为此，我们可以以目前市场上唯一的一个指数期货——沪深 300 股指期货作为对冲工具，来对冲 180ETF 现货多头的价格下行风险。通常的做法是进行回归分析，得出上证 180 指数关于沪深 300 指数的 Beta 系数，记为 β ，于是对冲的张数 $N = \beta * V(S) / V(F)$ ，其中 $V(S)$ 和 $V(F)$ 分别是所持现货多头和期货空头的价值。
- 3) 由于目前 ETF 期权交易没有组合下单指令，因此三个头寸（认购、认沽、现货）的下单是分开的。至于到底哪一个品种先下单，我们大致有这样的一个原则，那就是按品种的流动性，最早下单具有最差的流动性的品种。这样，可以从一定程度上提高整个策略各个头寸都成交的概率。
- 4) “合成 ETF 空头套利”中的认沽期权头寸是义务仓头寸，因此在开仓时需要缴纳初始保证金，并且在平仓前的每日日终都需要缴纳维持保证金。这就要求我们在衍生品保证金账户中存入较为充裕的资金，以避免前端验资不足导致的无法开仓风险和维持保证金不足导致的强行平仓风险。
- 5) 在进行“合成 ETF 空头套利”时，除了备有存货 ETF 外，市场上实际上还有另一种工具能实现现货的做空，那就是——融券卖出。从原理上说，当某个认沽期权合约的隐含波动率被明显高估，而对应平价的认购期权正常时，我们可以卖出开仓认沽期权，买入开仓认购期权，同时融券卖出对应数量的标的 ETF，然而融券会带来更多的资金成本——融券的维持保证金和融券的费率。下面，假设我们在当初并没有 180ETF 存货，用融券卖出的方式来做一对比，那么我们便有如下操作：

案例 2.2

表 9：案例 2.2 的相关套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 购 6 月 1700	买入开仓	市价 FOK	10 张

180ETF 沽 6 月 1700	卖出开仓	市价 FOK	10 张
180ETF	融券卖出	限价卖一价委托	100000 份

表 10：案例 2.2 的盈亏解析（未计各头寸成交上的延迟）

开仓时刻	$S(t)=1.915$	卖出 10 张认沽期权	+600
		买入 10 张认购期权	-21000
		卖出 100 手 180ETF	+191500
		期权交易成本	-200
		期权保证金占用	12300
		融券保证金占用	至少 95800
		开仓盈亏	+170900
到期时刻	如果 $S(T) > 1.700$	认购期权盈亏	-170000+(10000 份 180ETF)
		认沽期权盈亏	0
		期权交易成本	-100（此处为行权费）
		保证金	全部释放
		融券利息	-383
		到期盈亏	-170483
		总盈亏=开仓盈亏+到期盈亏	+417
	如果 $S(T) \leq 1.700$	认购期权盈亏	0
		认沽期权盈亏	-170000+(10000 份 180ETF)
		期权交易成本	0
		保证金	全部释放
		融券利息	-383
		到期盈亏	-170383
		总盈亏=开仓盈亏+到期盈亏	+517

数据来源：上海证券创新实验室

这里需要注意的是：融券的费率取为 10%，案例中的融券天数为 5 个交易日；融券的

维持担保金比例至少为融券卖出市值的 50%。

在运用融券卖出配合“合成 ETF 多头套利”时，我们必须考虑以下几点：

- 融券卖出具有较为高昂的利息成本，这将一定程度上吞噬掉套利上的微利。
- 融券的维持担保金与期权的维持保证金将产生双份的资金占用。
- 融券卖出必须以不低于最优卖价（即卖一价）的价格限价委托，此时可能会造成各头寸成交时点上的明显延迟，导致甚至套利机会的丧失。
- 融券卖出的资金将注入客户的信用交易资金账户，不同于期权交易所使用的衍生品资金账户，跨账户将可能带来资金传递的时滞和在途风险。

四、期权的凸性不等式与套利

1、策略原理

期权的凸性不等式是在一个理想市场模型下得出的理论不等式。若我们假设市场无套利机会，期权是欧式的，且不计交易成本和保证金，于是我们有：

$$(1-\lambda)C_1 + \lambda C_3 \geq C_2 \quad (3)$$

$$(1-\lambda)P_1 + \lambda P_3 \geq P_2 \quad (4)$$

其中， C_1 ， P_1 分别表示行权价为 K_1 的认购、认沽期权价格， C_2 ， P_2 表示行权价为 K_2 ，相同到期日的认购、认沽期权价格， C_3 ， P_3 表示行权价为 K_3 ，相同到期日的认购、认沽期权价格， $\lambda = (K_2 - K_1) / (K_3 - K_1)$ 。

该不等式是在无套利假设下成立，所以如果不等式的左边小于右边，我们就能构造出相应的套利组合。在现实市场中，我们往往动态地跟踪各个行权价的认购期权的价格关系，当该不等式不成立的时候，去寻找套利机会。利用凸性不等式设计套利策略的不同之处在于我们只需关注期权合约本身的定价即可，无需再同时关注现货市场的交易情况了。下面我们详细讨论一下凸性不等式不成立的情形：

当 $\Delta = C_2 - (1-\lambda)C_1 - \lambda C_3 - \text{各类交易费用} > 0$ 时，我们可以构建如下套利组合：在 t 时刻卖出开仓 1 张行权价为 K_2 ，到期日为 T 的认购期权 2，买入 $(1-\lambda)$ 张行权价为 K_1 ，相同到期日的认购期权 1，买入 λ 张行权价为 K_3 ，相同到期日的认购期权 3，其中 $\lambda =$

$(K2-K1)/(K3-K1)$ 。于是我们发现，在到期时刻，我们的组合的各部分盈亏如下表所示：

表 11：“认购期权凸性不等式套利策略”各部分头寸的盈亏

到期时刻 ETF 价格情 况	认购期权 1 的盈亏	认购期权 2 的盈 亏	认购期权 3 的 盈亏	到期时刻的盈亏（不计 交易成本）
$S(T) \leq K1$	$-(1-\lambda)C1$	$+C2$	$-\lambda C3$	$C2-(1-\lambda)C1-\lambda C3$
$K1 < S(T) \leq K2$	$+(1-\lambda)(S(T)-K1-C1)$	$+C2$	$-\lambda C3$	$C2-(1-\lambda)C1-\lambda C3+(1-\lambda)(S(T)-K1)$
$K2 < S(T) \leq K3$	$+(1-\lambda)(S(T)-K1-C1)$	$+C2-(S(T)-K2)$	$-\lambda C3$	$C2-(1-\lambda)C1-\lambda C3+\lambda(K3-S(T))$
$S(T) > K3$	$+(1-\lambda)(S(T)-K1-C1)$	$+C2-(S(T)-K2)$	$+\lambda(S(T)-K3-C3)$	$C2-(1-\lambda)C1-\lambda C3$

从表 11 中，我们发现，不论 ETF 价格在哪一个范围区间，在到期日 T，除了交易成本以外现金流必为非负数，所以说这个组合是一个无风险套利的组合。

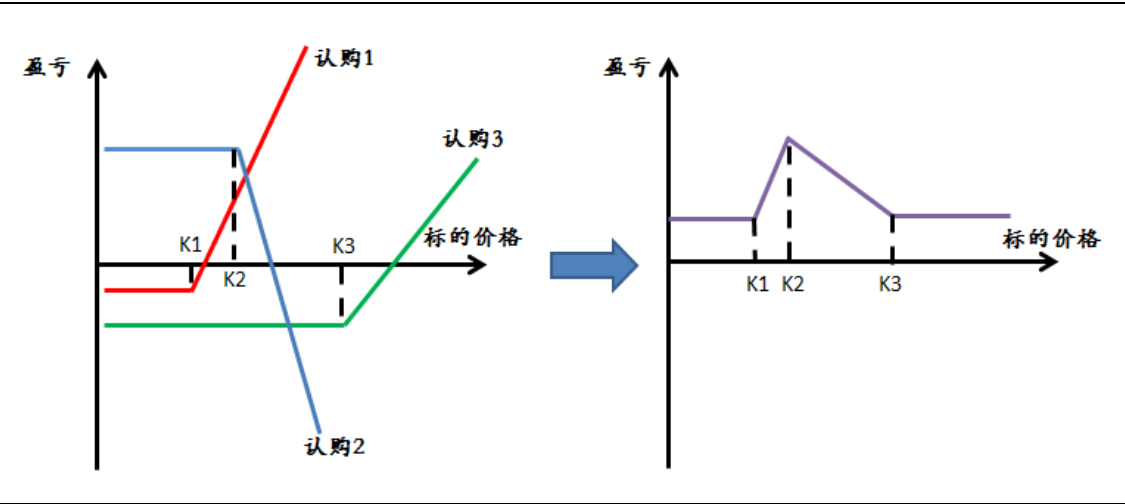
同样地，当 $\Delta = P2-(1-\lambda)P1-\lambda P3$ -各类交易费用 >0 时，我们可以构建这样的套利组合：在 t 时刻卖出开仓 1 张行权价为 K，到期日为 T 的认沽期权 2，买入 $(1-\lambda)$ 张行权价为 K1，相同到期日的认沽期权 1，买入 λ 张行权价为 K3，相同到期日的认沽期权 3，其中 $\lambda = (K2-K1)/(K3-K1)$ 。于是在到期时刻，我们组合的各部分盈亏如下表所示：

表 12：“认沽期权凸性不等式套利策略”各部分头寸的盈亏

到期时刻 ETF 价格情 况	认沽期权 1 的盈亏	认沽期权 2 的盈 亏	认沽期权 3 的盈 亏	到期时刻的盈亏（不 计交易成本）
$S(T) \leq K1$	$(1-\lambda)(K1-S(T)-P1)$	$+P2-(K2-S(T))$	$\lambda(K3-S(T)-P3)$	$P2-(1-\lambda)P1-\lambda P3$
$K1 < S(T) \leq K2$	$-(1-\lambda)P1$	$+P2-(K2-S(T))$	$\lambda(K3-S(T)-P3)$	$P2-(1-\lambda)P1-\lambda P3+(1-\lambda)(S(T)-K1)$
$K2 < S(T) \leq K3$	$-(1-\lambda)P1$	$+P2$	$\lambda(K3-S(T)-P3)$	$P2-(1-\lambda)P1-\lambda P3+\lambda(K3-S(T))$
$S(T) > K3$	$-(1-\lambda)P1$	$+P2$	$-\lambda P3$	$P2-(1-\lambda)P1-\lambda P3$

下面，我们以认购期权为例，并取 $\lambda = 1/3$ ，来直观地看看当我们寻找到认购期权凸性套利机会时，最终的盈亏图是如何的。

图 3：“认购期权凸性套利”的盈亏图



从图 3 中，我们可以感受到“凸性”套利策略的整个盈亏演化过程，最终将合成出一条位于横轴上方形如“蝴蝶翅膀”的折线，并且当到期日标的价格等于 K_2 时，我们可以斩获最大套利利润。

2、“战机”捕捉

案例 3.1

6 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 120 万左右资金。我们观测到盘中某时刻“50ETF 沽 7 月 1550”、“50ETF 沽 7 月 1600”和“50ETF 沽 7 月 1650”三个合约的市场价格关于行权价接近于线性的分布，并未呈现出正常情形下的凸性分布。“50ETF 沽 7 月 1550”和“50ETF 沽 7 月 1650”的最优卖价分别达到了 0.0745 和 0.1360 元/份，其卖量分别为 77 和 72 张，而同一时刻“180ETF 沽 7 月 1600”的最优买价为 0.1134 元/份，其买量为 29 张。下面是盘中两个期权合约的价、量情况：

表 13：案例 3.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
----	----	----	----	----

50ETF 沽 7 月 1550	/	/	0.0745	77
50ETF 沽 7 月 1600	0.1134	29	/	/
50ETF 沽 7 月 1650	/	/	0.1360	72

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

根据上表中的即时行情， $(0.1134 \times 2 - 0.0745 - 0.1360) \times 10000 = 163$ 大于所有交易费用，因此我们可以立即果断地作出如下套利操作：

表 14：案例 3.1 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
50ETF 沽 7 月 1550	买入开仓	市价 FOK	10 张
50ETF 沽 7 月 1600	卖出开仓	市价 FOK	20 张
50ETF 沽 7 月 1650	买入开仓	市价 FOK	10 张

3、盈亏解析

由于流动性较为充裕，因此在表 14 中，我们卖出了 20 张“50ETF 沽 7 月 1600”、分别买入了 10 张“50ETF 沽 7 月 1550”和“50ETF 沽 7 月 1650”，于是，我们在开仓后进行了如下的盈亏分析：

表 15：案例 3.1 的盈亏解析

开仓时刻，认沽期权 2 的初始保证金为 68340 元。	S(t)=1.510	卖出 20 份认沽期权 2	+22680
		买入 10 份认沽期权 1	-7450
		买入 10 份认沽期权 3	-13600
		期权交易成本	-400
		开仓时刻盈亏	+1230
到期平仓时刻，认沽期权 2 的保证金全部释放。	如果 S(T)<1.550（比如 1.520）	认沽期权 1 的盈亏	+3000
		认沽期权 2 的盈亏	-16000
		认沽期权 3 的盈亏	+13000
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	-400

		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+830
	如果 S(T) 介于 1.550 与 1.600 之间 (比如 1.580)	认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	-4000
		认沽期权 3 的盈亏	+7000
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	+2600
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+3830
	如果 S(T) 介于 1.600 与 1.650 之间 (比如 1.620)	认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	0
		认沽期权 3 的盈亏	+3000
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	+2600
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+3830
	如果 S(T) > 1.650 (比如 1.680)	认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	0
		认沽期权 3 的盈亏	0
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	-400
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+830

数据来源：上海证券创新实验室

本次凸性套利的最终结果是：50ETF 在 7 月 23 日的收盘价为 1.545 元，我们的总盈亏定格为 830 元。

4、策略感悟

- 1) 与“合成 ETF 空头套利”和“合成 ETF 多头套利”不同，期权凸性不等式套利不再涉及 ETF 现货，我们只需利用程序对各期权合约的买卖价差进行跟踪，就有可能发现到套利机会。由于不涉及现货交易，因此也不用担心现货市场的冲击成本。
- 2) 相比于利用等式关系套利，凸性不等式套利只能利用一边的关系，而且不等式成立的概率要远远大于等式，不等式套利往往依赖于某个合约更大程度上的价格偏离，因此期权凸性不等式套利的机会并没有“合成 ETF 空头、多头套利”那么多。然而，万事有弊也有利，尽管违反凸性不等式的情形发生得较少，但如果一旦发生，我们所获得的套利利润就是一个“至少”值，而不是恒定值了，当标的在到期时刻处于 $K1$ 与 $K3$ 之间时，套利利润将更高。
- 3) 在运用凸性不等式套利时，所买入、卖出期权的数量是有约束的， λ 就是三张期权数量上的约束参数。比如：当 $\lambda = 3/5$ 时，意味着我们将卖出开仓 5 张行权价为 $K2$ 的认购/认沽期权，买入开仓 2 张行权价为 $K1$ 的认购/认沽期权，同时买入开仓 3 张行权价为 $K3$ 的认购/认沽期权。可以确定的是，买入开仓的期权合约总数量一定等于卖出开仓的期权合约总数量。
- 4) 通过 3)，我们发现卖出开仓的中间行权价合约，一定是对流动性要求最高的合约。所以，在开仓时我们必须先关注中间行权价合约的买量，再观察两侧行权价的卖量，所委托的数量尽量不要跳出第一档，以避免冲击成本对套利微利的侵蚀。
- 5) 本次上交所 ETF 期权模拟交易采用交割方式是实物交割，并且在认购期权行权前要进行验资、认沽期权行权前要进行验券。在该制度的约束下，平仓是比交割更好的头寸了结方法。这是因为在绝大多数的情况下，尤其是在做市商的介入下，期权合约的市场价格都基本收敛于其内在的价值，此时若能顺利平仓，则我们就已经实现了套利利润；相反我们试想一下，在认沽期权凸性套利中，为满足行权的前端检查，我们必须承担从 ETF 现货市场上买入的冲击成本（比如，当卖量为 500 手时，买入 51 张期权时就会产生冲击成本），而在认购期权凸性套利中，我们在交割日可能会承担买入大量 ETF 标的的冲击成本。这些成本在平仓时都是不会发生的。

五、期权的盒式套利（箱型价差恒等式套利）

1、策略原理

期权的盒式套利是一种复合组合，它的复合元素就是我们平时常用的“牛市价差组合”和“熊市价差组合”。一份“牛市价差组合”是由一张较低行权价 K_1 的认购期权多头和较高行权价 K_2 的同月认购期权空头组合而成，而一份“熊市价差组合”则是由一张较高行权价的认沽期权多头和较低行权价、同月认沽期权空头组合而成。这两份组合再度叠加变生成了盒式套利组合。

若我们仅仅观察到期日的盈亏，通过下面的简单推导，我们将会发现盒式套利始终能够获得 $K_2 - K_1$ 的盈利。

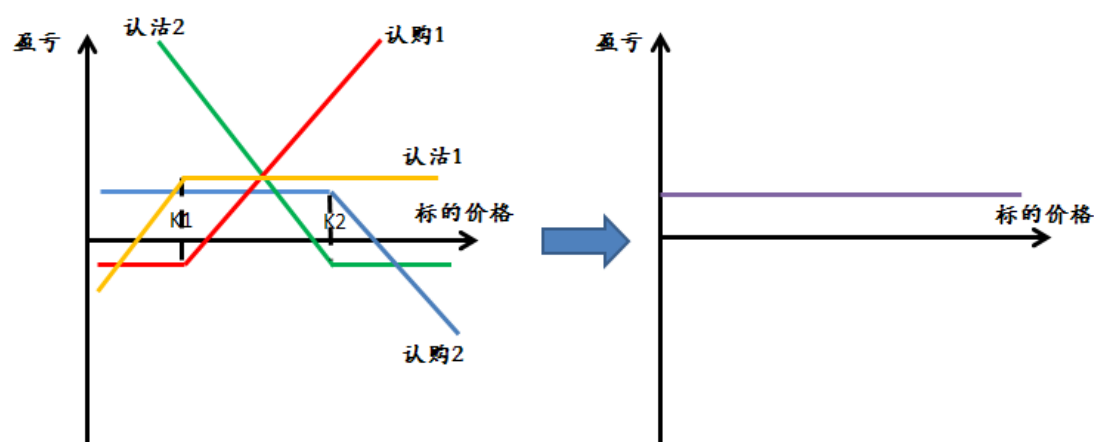
设 $H(\text{box})$ 表示盒式套利在到期日的盈亏， $H(\text{bull})$ 和 $H(\text{bear})$ 分别表示牛市和熊市价差组合在到期日的盈亏， $I(A)$ 表示在集合 A 上的指标函数（即当 x 属于 A ，则 $I(A)=1$ ；否则 $I(A)=0$ ），于是有：

$$\begin{aligned} H(\text{box}) &= H(\text{bull}) + H(\text{bear}) \\ &= (S(T) - K_1) * I(K_1 \leq S(T) \leq K_2) + (K_2 - K_1) * I(S(T) > K_2) \\ &\quad + (K_2 - K_1) * I(S(T) < K_1) + (K_2 - S(T)) * I(K_1 \leq S(T) \leq K_2) \\ &= (K_2 - K_1). \end{aligned}$$

而盒式套利在开仓时刻的成本就是四张期权的净权利金，即 $C_2 - C_1 + P_1 - P_2$ ，其中， C_1 和 P_1 分别表示行权价为 K_1 ， T 时刻到期的认购期权 1、认沽期权 1 的卖价和买价； C_2 和 P_2 分别表示行权价为 K_2 ， T 时刻到期的认购期权 2、认沽期权 2 的买价和卖价。

至此，我们已经明确了盒式套利的成本与收入。因此很明显，盒式套利的条件就是成本小于收入，即 $C_2 - C_1 + P_1 - P_2$ 小于 $K_2 - K_1$ ，在这个不等式中我们同样不需要再关注 ETF 现货市场，只需动态地跟踪期权市场，当该等式不成立的时候，就能找到套利机会。

图 4：“盒式套利”的盈亏图



从图 4 中，我们可以看到“盒式”套利策略的盈亏演化过程，最终合成出一条位于横轴上方形的水平直线，直线与横轴的距离就是我们开仓时刻即能锁定的无风险套利利润。

2、“战机”捕捉

案例 4.1

7 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 140 万左右的资金。我们观测到盘中某时刻“50ETF 购 7 月 1500”、“50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 购 7 月 1550”、“50ETF 沽 7 月 1550”四个合约的买卖价格关系满足了盒式套利的触发条件。“50ETF 购 7 月 1500”和“50ETF 沽 7 月 1550”的最优卖价分别达到了 0.0205 和 0.0323 元/份，其卖量均为 66 张，而同一时刻“50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 购 7 月 1550”的最优买价分别是 0.0060 和 0.0058 元/份，其买量分别为 66 和 19 张。下面详细反映盘中两个期权合约的价、量情况：

表 16：案例 4.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
50ETF 购 7 月 1500	/	/	0.0205	66
50ETF 沽 7 月 1500	0.0060	66	/	/
50ETF 购 7 月 1550	0.0058	19	/	/
50ETF 沽 7 月 1550	/	/	0.0323	66

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

根据上表中的即时行情， $(0.0205+0.0323-0.0060-0.0058) \times 10000 = 410 < 500$ ，且此价差能覆盖所有交易费用，因此我们立即果断地做出如下套利操作：

表 17：案例 4.1 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
50ETF 购 7 月 1500	买入开仓	市价 FOK	10
50ETF 沽 7 月 1500	卖出开仓	市价 FOK	10
50ETF 购 7 月 1550	卖出开仓	市价 FOK	10
50ETF 沽 7 月 1550	买入开仓	市价 FOK	10

3、盈亏解析

结合盘中该时刻的流动性情况，盒式套利所涉及的四个头寸的最小量是 19 张，出于谨慎的原则，我们买入了 10 张“50ETF 购 7 月 1500”和“50ETF 沽 7 月 1550”、卖出了 10 张“50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 购 7 月 1550”。根据《上交所期权全真模拟交易业务方案》，可计算得到 50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 购 7 月 1550”的初始保证金分别为 23480 金额 14490 元。我们把“50ETF 购 7 月 1500”、“50ETF 购 7 月 1550”、“50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 沽 7 月 1550”记为认购期权 1、2 以及认沽期权 1、2，于是我们在开仓以后进行了以下的盈亏分析。

表 18：案例 4.1 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金 =23480+14490=37970 元	S(t)=1.515	认购期权 1 的盈亏	-2050
		认购期权 2 的盈亏	+600
		认沽期权 1 的盈亏	+580
		认沽期权 2 的盈亏	-3230
		期权交易成本	-400
		开仓时刻盈亏	-4500
到期平仓时刻，释放全部保证金	如果 S(T)<1.500 (比如 1.480)	认购期权 1 的盈亏	0
		认购期权 2 的盈亏	0
		认沽期权 1 的盈亏	-2000

		认沽期权 2 的盈亏	+7000
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	+4600
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+100
	如果 $S(T)$ 介于 1.500 与 1.550 之间(比如 1.520)	认购期权 1 的盈亏	+2000
		认购期权 2 的盈亏	0
		认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	+3000
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	+4600
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+100
	如果 $S(T) > 1.550$ (比如 1.580)	认购期权 1 的盈亏	+8000
		认购期权 2 的盈亏	-3000
		认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	0
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	+4600
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+100

数据来源：上海证券创新实验室

本次“盒式套利”的最终结果是：50ETF 在 7 月 23 日收盘于 1.545 元，我们的总盈亏为 100 元。

4、策略感悟

- 1) 从上面的盈亏解析，我们可以看到盒式套利所涉及的头寸数一共有 4 个，产生的交易费

用比较高，因此一般只有当某个合约的买价或卖价被市场严重高估或低估时，才会使得 $K2-K1$ 与 $C1-C2+P2-P1$ 的价差覆盖住所有开、平仓时的交易成本。

2) 与凸性不等式套利一样，由于涉及的头寸数较多，其中有权利仓也有义务仓，为避免行权交割过程中产生的 ETF 买卖冲击成本和在途风险，我们会倾向于在临近到期日、且流动性尚可的时机提前平仓。

六、期权的价差不等式套利

1、策略原理

所谓期权的价差不等式，是指同一到期月份，不同行权价的认购、认沽合约之间应满足的合理价差范围。若假设市场无套利机会，ETF 期权是欧式的，且不计交易成本和保证金，那么最简单的价差不等式就是 $C2 \leq C1$ ， $P1 \leq P2$ ，其中 $C1$ 和 $P1$ 表示较低行权价 $K1$ 的认购期权 1 和认沽期权 1 的权利金， $C2$ 和 $P2$ 表示较高行权价 $K2$ 的认购期权 2 和认沽期权 2 的权利金，一旦上述两个关系式被市场竞价所“颠覆”，则我们立刻就能得到两个套利组合：

- 当认购期权 1 的卖价小于认购期权 2 的买价，则卖出认购期权 2，买入认购期权 1
- 当认沽期权 1 的买价大于认沽期权 2 的卖价，则卖出认沽期权 1，买入认沽期权 2

通过下面的图 5、图 6 我们可以认识得更为清晰：

图 5：“ $C1 < C2$ ”时的盈亏图

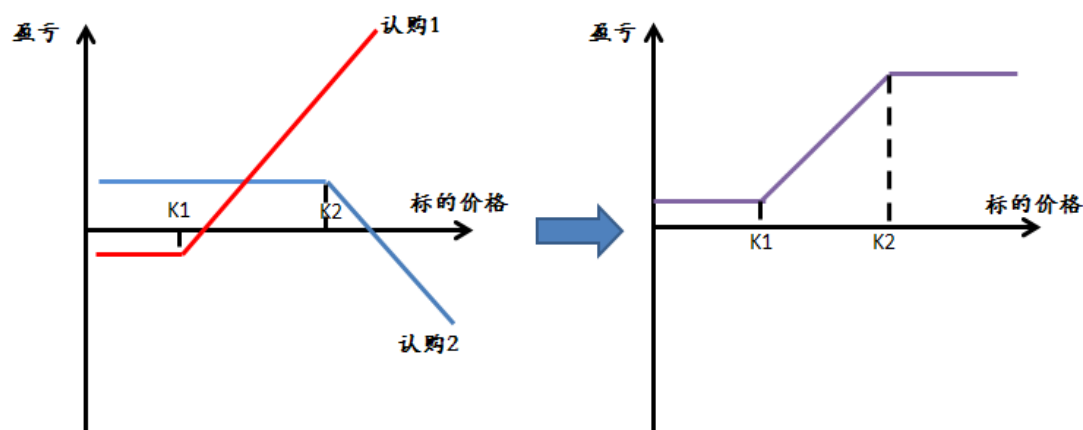
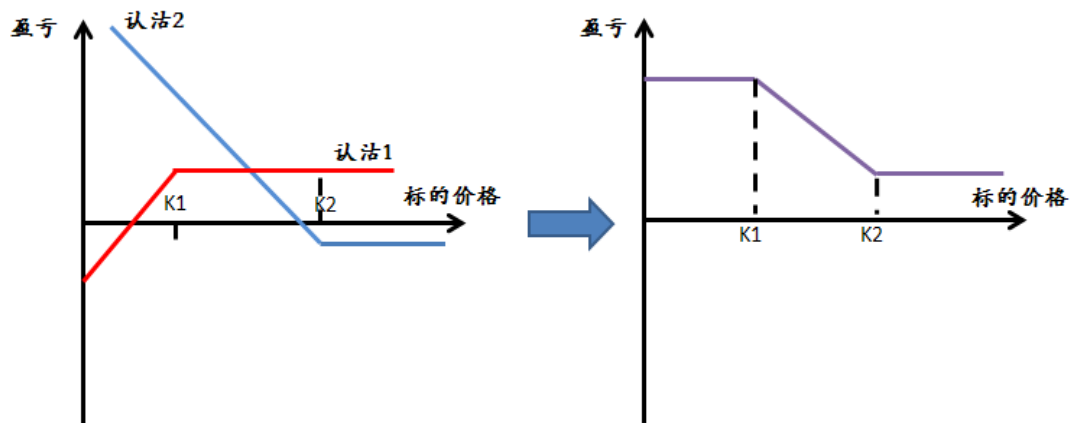


图 6：“ $P_1 > P_2$ ”时的盈亏图



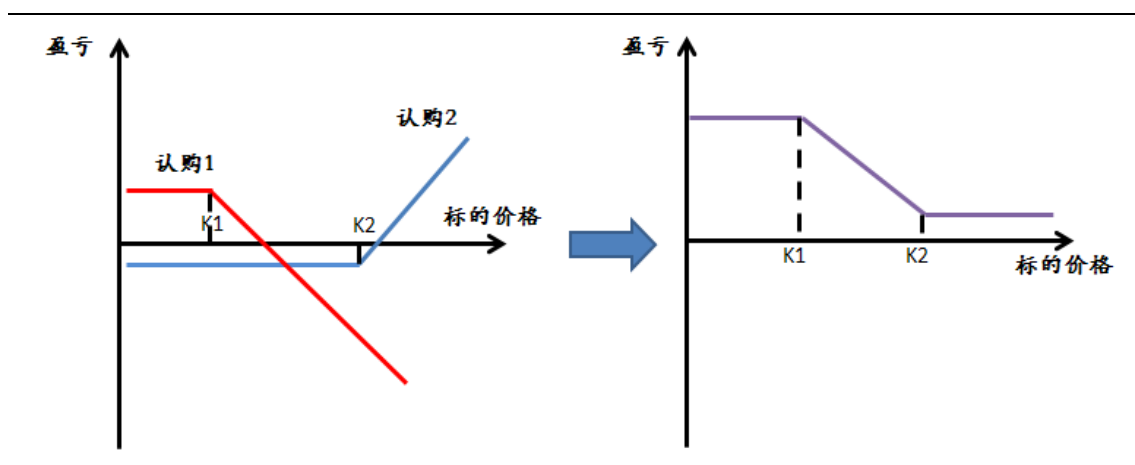
除了这两个价差不等式外，我们还可以寻找到另外两个价差不等式。

假设 C_1 是认购期权 1 的买价， C_2 是认购期权 2 的卖价， P_1 是认沽期权 1 的卖价， P_2 是认沽期权 2 的买价。若我们卖出一张认购期权 1，同时买入一张认购期权 2，则我们的盈亏将如表 19 和图 7 所示：

表 19：“卖出认购期权 1，买入认购期权 2”的盈亏

到期时刻 ETF 价格情况	认购期权 1 的盈亏	认购期权 2 的盈亏	到期时刻的盈亏（不计交易成本）
$S(T) < K_1$	$+C_1$	$-C_2$	$C_1 - C_2$
$S(T)$ 在 K_1 与 K_2 间	$+C_1 - (S(T) - K_1)$	$-C_2$	$C_1 - C_2 - (S(T) - K_1)$
$S(T) > K_2$	$+C_1 - (S(T) - K_1)$	$-C_2 + (S(T) - K_2)$	$C_1 - C_2 - (K_2 - K_1)$

图 7：“卖出认购期权 1，买入认购期权 2”的盈亏

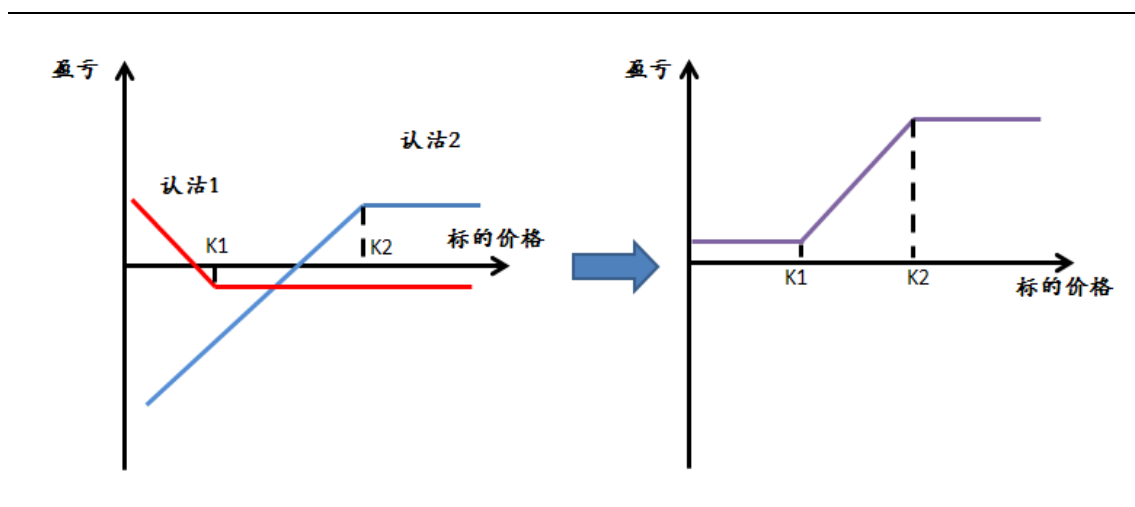


同样的道理，若我们买入一张行权价为 K_1 的认沽期权 1、卖出一张行权价为 K_2 的同月认沽期权 2，则我们的盈亏情况如表 20 和图 8 所示：

表 20：“买入认沽期权 1、卖出认沽期权 2”的盈亏

到期时刻 ETF 价格情况	认沽期权 1 的盈亏	认沽期权 2 的盈亏	到期时刻的盈亏（不计交易成本）
$S(T) < K_1$	$+(K_1 - S(T)) - P_1$	$-(K_2 - S(T)) + P_2$	$P_2 - P_1 - (K_2 - K_1)$
$S(T)$ 在 K_1 与 K_2 间	$-P_1$	$-(K_2 - S(T)) + P_2$	$P_2 - P_1 - (K_2 - S(T))$
$S(T) > K_2$	$-P_1$	P_2	$P_2 - P_1$

图 8：“卖出认购期权 1，买入认购期权 2”的盈亏



从表 19、20 和图 7、8 中，我们能够得到下面两个重要的无风险套利策略：

- 当（认购期权 1 的买价-认购期权 2 的卖价）>（行权价 K2-行权价 K1）时，则卖出认购期权 1，买入认购期权 2；
- 当（认沽期权 2 的买价-认沽期权 1 的卖价）>（行权价 K2-行权价 K1）时，则卖出认沽期权 2，买入认沽期权 1。

2、“战机”捕捉

在我们 6、7 两个月的模拟交易过程中，我们发现价差不等式产生的套利组合还是比较多见的。以下是三个典型的相关案例。

案例 5.1:

6 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 100 万左右的资金。盘中“180ETF 购 6 月 2050”的卖价曾为 0.0010 元/份，卖量为 10 张，“180ETF 购 6 月 2100”的买价为 0.0058 元/份，买量为 17 张，也就是较低行权价的期权卖价小于了较高行权价的期权买价，且价差能够覆盖住所有的交易费用，这便立刻触发了价差不等式的套利条件。下面两表详细反映盘中两个期权合约的价、量情况以及下单指令类型：

表 21：案例 5.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
180ETF 购 6 月 2050	/	/	0.0010	10
180ETF 购 6 月 2100	0.0058	17	/	/

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

表 22：案例 5.1 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 购 6 月 2050	买入开仓	市价 FOK	10
180ETF 购 6 月 2100	卖出开仓	市价 FOK	10

案例 5.2

7 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 120 万左右的资金。盘中“180ETF 沽 7 月 1750”的买价曾为 0.0080 元/份，买量为 33 张，“180ETF 沽 7 月 1800”的卖价为 0.0030 元/份，卖量为 30 张，通过简单计算可以发现，这两份认沽期权的净权利金支出为负，所以

我们同样可以运用价差不等式进行套利。下面两表详细反映盘中两个期权合约的价、量情况以及下单指令类型：

表 23：案例 5.2 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
180ETF 沽 7 月 1750	0.0080	33	/	/
180ETF 沽 7 月 1800	/	/	0.0030	30

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

表 24：案例 5.2 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 沽 7 月 1750	卖出开仓	市价 FOK	30
180ETF 沽 7 月 1800	买入开仓	市价 FOK	30

案例 5.3

7 月某日盘中，我们的衍生品保证金账户中有 130 万左右资金。两份深度实值的认购期权“180ETF 购 7 月 1750”和“180ETF 购 7 月 1800”的买价和卖价 0.1675 和 0.1130 元/份，其买量和卖量分别为 8 张和 99 张，同样稍加计算，我们就会发现 $(0.1675 - 0.1130 - (1.800 - 1.750)) \times 10000 = 45$ ，大于两份期权开平仓的交易费用，因此我们找到了又一个无风险套利机会。下面两表详细反映盘中两个期权合约的价、量情况以及下单指令类型：

表 25：案例 5.3 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
180ETF 购 7 月 1750	0.1675	8	/	/
180ETF 购 7 月 1800	/	/	0.1130	99

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

表 26：案例 5.3 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
180ETF 购 7 月 1750	卖出开仓	市价 FOK	8
180ETF 购 7 月 1800	买入开仓	市价 FOK	8

3、盈亏解析

案例 5.1

结合盘中当时的流动性状况，我们决定这样的下单顺序：先买入 10 张“180ETF 购 6 月 2050”、再卖出 10 张“180ETF 购 6 月 2100”。根据《上交所期权全真模拟交易业务方案》，可计算得到“180ETF 购 6 月 2100”的初始保证金为 13410 元。我们把“180ETF 购 6 月 2050”和“180ETF 购 6 月 2100”分别记为认购期权 1 和 2，于是，我们在开仓之后进行了以下的盈亏分析。

表 27：案例 5.1 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金为 13410 元	S(t)=1.910	认购期权 1 的盈亏	-100
		认购期权 2 的盈亏	+580
		期权交易成本	-200
		开仓盈亏	+280
到期平仓时刻，释放全部保证金	如果 S(T)<2.050，比如=2.020	认购期权 1 的盈亏	0
		认购期权 2 的盈亏	0
		期权交易成本	-200
		到期平仓时刻盈亏	-200
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+80
	如果 S(T)介于 2.050 与 2.100 之间，比如 2.080	认购期权 1 的盈亏	+300
		认购期权 2 的盈亏	0
		期权交易成本	-200
		到期平仓时刻盈亏	+100
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+380
	如果 S(T)>2.100，比如=2.120	认购期权 1 的盈亏	+700
		认购期权 2 的盈亏	-200
		期权交易成本	-200
		到期平仓时刻盈亏	+300

		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+580
--	--	------------------------	------

数据来源：上海证券创新实验室

最终 180ETF 在到期日 6 月 25 日的收盘价为 1.886 元，因此我们在案例 5.1 最终的总盈亏为 80 元。

案例 5.2

同样结合盘中当时的流动性状况，我们决定这样的下单顺序：先买入 30 张“180ETF 沽 7 月 1750”、再卖出 30 张“180ETF 沽 7 月 1800”。根据《上交所期权全真模拟交易业务方案》，可计算得到“180ETF 沽 7 月 1750”的初始保证金为 38670 元。我们把“180ETF 沽 7 月 1750”和“180ETF 沽 7 月 1800”分别记为认沽期权 1 和 2，于是，我们在开仓之后进行了以下的盈亏分析。

表 28：案例 5.2 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金为 38670 元	$S(t)=1.913$	认沽期权 1 的盈亏	+2400
		认沽期权 2 的盈亏	-900
		期权交易成本	-600
		开仓盈亏	+900
到期平仓时刻，释放全部保证金	如果 $S(T) < 1.750$ ，比如 $=1.720$	认沽期权 1 的盈亏	-9000
		认沽期权 2 的盈亏	+24000
		期权交易成本	-600
		到期平仓时刻盈亏	+14400
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+15300
	如果 $S(T)$ 介于 1.750 与 1.800 之间，比如 1.780	认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	+6000
		期权交易成本	-600
		到期平仓时刻盈亏	+5400
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+6300

	如果 $S(T) > 1.800$, 比如 $= 1.820$	认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	0
		期权交易成本	-600
		到期平仓时刻盈亏	-600
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+300

数据来源：上海证券创新实验室

最终 180ETF 在到期日 7 月 23 日的收盘价为 1.966 元，因此我们在案例 5.2 最终的总盈亏为 300 元。

案例 5.3

基于当时“180ETF 购 7 月 1750”和“180ETF 购 7 月 1800”的最优报价量，我们决定这样的下单顺序：先卖出 8 张“180ETF 购 7 月 1750”、再买入 8 张“180ETF 购 7 月 1800”。根据《上交所期权全真模拟交易业务方案》，可计算得到“180ETF 购 7 月 1750”的初始保证金为 35224 元。我们把“180ETF 购 7 月 1750”和“180ETF 购 7 月 1800”分别记为认购期权 1 和 2，于是，我们在开仓之后进行了以下的盈亏分析。

表 29：案例 5.3 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金为 35224 元	$S(t) = 1.914$	认购期权 1 的盈亏	+13400
		认购期权 2 的盈亏	-9040
		期权交易成本	-160
		开仓盈亏	+4200
到期平仓时刻，释放全部保证金	如果 $S(T) < 1.750$, 比如 $= 1.720$	认购期权 1 的盈亏	0
		认购期权 2 的盈亏	0
		期权交易成本	-160
		到期平仓时刻盈亏	-160
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+4040
	如果 $S(T)$ 介于 1.750 与 1.800 之间，比如	认购期权 1 的盈亏	-2400
		认购期权 2 的盈亏	0

	1.780	期权交易成本	-160
		到期平仓时刻盈亏	-2560
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+1640
	如果 $S(T) > 1.800$, 比如 $= 1.850$	认购期权 1 的盈亏	-8000
		认购期权 2 的盈亏	+4000
		期权交易成本	-160
		到期平仓时刻盈亏	-4160
		总盈亏 = 开仓盈亏 + 到期平仓盈亏	+40

数据来源：上海证券创新实验室

最终，180ETF 在到期日 7 月 23 日的收盘价为 1.966 元，因此我们在案例 5.3 最终的总盈亏为 40 元。

4、策略感悟

- 1) 价差不等式套利是较为常用的一种套利策略。它的优势在于不涉及任何现货头寸，我们不用在担心买卖大量 ETF 所造成的冲击成本，而只需跟踪同月的两个认购期权或两个认沽期权买卖价差之间的不合理关系即可。另外，价差不等式所套的利润是一个“至少”值，而不是“恒定”值，当标的在到期日的价格出现明显反转时，无风险套利的利润将会迅速增加。
- 2) 然而，价差不等式也有着它的劣势。最主要的问题是在考虑了市场的摩擦性（如交易成本）后，其盘面上可能存在的套利机会很容易被买入、卖出以及开、平仓 4 个交易费用所抵消。目前，如果我们不计结算费用，仅考虑交易所的交易费用、券商佣金，那么每张期权的交易成本大约在 10 元，由于价差不等式至少涉及一买一卖、一开一平，所以价差不等式中的价差绝对值必须超过 40 元，才是一个真正可操作的套利。
- 3) 在案例 5.1-5.3 中，我们运用了两种类型的价差不等式。一种是 $C1 < C2$ 或 $P1 > P2$ ，另一种是 $C1 - C2 - (K2 - K1) > 0$ 。根据著名的 Black-Scholes 公式，我们知道认购、认沽期权在盘中某时刻的价值关于标的价格的曲线是一条下凸的曲线，因此第一种类型的价差不等式通常会出现在两个深度虚值的同类型合约之间，而第二种类型的价差不等式通常会出现在两个深度

实值的同类型合约之间。这一特点在实战操作中也得到了较好的验证。

七、期权的期差不等式套利

1、策略原理

所谓期权的期差不等式，是指同一行权价，不同到期月份的同类型合约之间应满足的合理价差范围。比如，我们知道由于时间价值的存在，远月合约一定比同类型、同行权价的近月合约值钱，所以最简单的两个期差不等式便是

$$C(t, T1) < C(t, T2) \text{ 和 } P(t, T1) < P(t, T2),$$

其中 $C(t, T1)$ 和 $P(t, T1)$ 分别表示行权价为 K ，到期日为 $T1$ 的近月认购期权与认沽期权在 t 时刻的权利金，而 $C(t, T2)$ 和 $P(t, T2)$ 则分别表示行权价为 K ，到期日为 $T2$ 的远月认购期权与认沽期权在 t 时刻的权利金，由此我们立刻就能得到两个套利组合：

- 当近月认购期权的买价高于远月认购期权的卖价，则卖出近月认购期权，买入远月认购期权；
- 当近月认沽期权的买价高于远月认沽期权的卖价，则卖出近月认沽期权，买入远月认沽期权。

相比于上述两个不太常有的机会，下述的期差不等式的用途将更为广泛。

$$C(t, T2) - C(t, T1) > P(t, T2) - P(t, T1) \quad (5)$$

从原理上说，假设我们在一个理想的市场下，市场无套利机会，市场的无风险利率恒定，存贷利率相同，ETF 没有红利，期权是欧式的，且不计交易成本和保证金，根据期权与现货平价公式，我们有：

$$C(t, T1) + K * \exp(-r(T1-t)) = P(t, T1) + S(t);$$

$$C(t, T2) + K * \exp(-r(T2-t)) = P(t, T2) + S(t);$$

两式相减，则得到

$$C(t, T2) - C(t, T1) + K * [\exp(-r(T2-t)) - \exp(-r(T1-t))] = P(t, T2) - P(t, T1),$$

对上面等式左边稍加放缩，便能得到 $C(t, T2) - C(t, T1) > P(t, T2) - P(t, T1)$ 。

有了不等式（5）后，我们只需动态地跟踪期权市场中的相关期权头寸，当该等式不成立的时候，就能得到下述的套利机会：

- 当 $C(t, T_2) - C(t, T_1) < P(t, T_2) - P(t, T_1)$ 时,

我们可以卖出近月的认购期权 1, 买入近月认沽期权 1, 卖出远月认沽期权 2, 买入远月认购期权 2。

下面, 我们把这一套利策略在到期日的盈亏情况展现在表 30 中:

表 30: “期差不等式套利”在到期日的理论盈亏值

近月合约到期时刻 T_1 标的价格情况	认购期权 1 的到期日盈亏	认购期权 2 的到期日盈亏	认沽期权 1 的到期日盈亏	认沽期权 2 的到期日盈亏
$S(T_1) \leq K$	0	$+C(T_1, T_2)$	$+(K - S(T_1))$	$-P(T_1, T_2)$
$S(T_1) > K$	$-(S(T_1) - K)$	$+C(T_1, T_2)$	0	$-P(T_1, T_2)$

因此, 整个策略在到期日的盈亏总是等于 $C(T_1, T_2) - P(T_1, T_2) + K - S(T_1)$, 而根据期权平价公式, $C(T_1, T_2) - P(T_1, T_2) = S(T_1) - K * \exp(-r(T_2 - T_1))$, 所以 $C(T_1, T_2) - P(T_1, T_2) + K - S(T_1)$ 一定会大于 0, 于是理论上说该策略在开仓时刻和平仓时刻的盈利都是正的。

2、“战机”捕捉

案例 6.1

7 月某日盘中, 我们的衍生品保证金账户中有 150 万左右的资金。我们观测到盘中某时刻两个近月合约“50ETF 购 7 月 1500”、“50ETF 沽 7 月 1500”的买价和卖价分别为 0.0292 和 0.0021 元/份, 其价差达到了 0.0271 元, 而两个相同行权价的远月合约“50ETF 沽 8 月 1500”和“50ETF 沽 8 月 1500”的卖价和买价分别为 0.0501 和 0.0317 元/份, 其价差等于 0.0184 元, 低于了 0.0271 元。这一不合理的关系立即触发了期差不等式套利的条件。下面两个表详细反映盘中两个期权合约的价、量情况以及具体的下单操作:

表 31: 案例 6.1 相关合约的价、量情况

品种	买价	买量	卖价	卖量
50ETF 购 7 月 1500	0.0292	205	/	/
50ETF 沽 7 月 1500	/	/	0.0021	24
50ETF 购 8 月 1500	/	/	0.0501	11
50ETF 沽 8 月 1500	0.0317	17	/	/

数据来源：上海证券网上交易个股期权全真测试客户端

表 32：案例 6.1 的套利操作

品种	买卖类型	指令	数量
50ETF 购 7 月 1500	卖出开仓	市价 FOK	10
50ETF 沽 7 月 1500	买入开仓	市价 FOK	10
50ETF 购 8 月 1500	买入开仓	市价 FOK	10
50ETF 沽 8 月 1500	卖出开仓	市价 FOK	10

3、盈亏解析

我们根据盘中当时的流动性状况，依次买入了 10 张“50ETF 购 8 月 1500”、卖出了 10 张“50ETF 沽 8 月 1500”、买入了 10 张“50ETF 沽 7 月 1500”，然后卖出了 10 张“50ETF 购 7 月 1500”。由于“50ETF 购 7 月 1500”和“50ETF 沽 8 月 1500”都是义务仓，因此我们需要缴纳足够的保证金才能开仓，根据《上交所期权全真模拟交易业务方案》，可计算得到“50ETF 购 7 月 1500”和“50ETF 沽 8 月 1500”的初始保证金分别为 24700 和 24440 元。我们依次把“50ETF 购 7 月 1500”、“50ETF 购 8 月 1500”、“50ETF 沽 7 月 1500”和“50ETF 沽 8 月 1500”记为认购期权 1、2 以及认沽期权 1、2，于是，我们在开仓以后进行了以下的盈亏分析。

表 33：案例 6.1 的盈亏解析

开仓时刻，初始保证金 =24700+24400=49140 元	S(t)=1.525	认购期权 1 的盈亏	+2920
		认购期权 2 的盈亏	-5010
		认沽期权 1 的盈亏	-210
		认沽期权 2 的盈亏	+3170
		期权交易成本	-400
		开仓时刻盈亏	+470
近月合约到期日 T1， 释放全部保证金	如果 S(T)<1.500， 比如 1.450	认购期权 1 的盈亏	0
		认购期权 2 的盈亏	+1040
		认沽期权 1 的盈亏	+5000

		认沽期权 2 的盈亏	-5650
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	-10
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+460
	如果 $S(T) > 1.500$, 比如 1.550	认购期权 1 的盈亏	-5000
		认购期权 2 的盈亏	+6300
		认沽期权 1 的盈亏	0
		认沽期权 2 的盈亏	-940
		期权交易成本	-400
		到期平仓时刻盈亏	-40
		总盈亏=开仓盈亏+到期平仓盈亏	+430

数据来源：上海证券创新实验室

本次“期差不等式”套利策略的最终结果是：50ETF 在近月合约（7 月）到期日 7 月 23 日的收盘价为 1.545 元，我们最终的总盈亏为 430 元。

4、策略感悟

1) 期权的期差不等式套利是从另一个角度寻找买卖价差的不合理关系，锁定同一个行权价，观察不同月份间认购与认沽期权的买卖价差。与价差不等式套利相同的是，价差的偏离程度必须较为明显才能覆盖住目前设定的交易成本。由于进行一次期差不等式套利涉及 4 个头寸，加上开仓与平仓，一共要支付 80 元或其整数倍的交易费用，所以这一点一定要在下单前先计算清楚。

2) 与之前所述的五个无风险套利策略不同的是，期差不等式套利的最终盈利十分依赖于近月期权到期时，远月认购、认沽期权之间是否严格地满足期权平价公式(Put-Call Parity)，如果这个 $C(T1, T2) - P(T1, T2)$ 与 $S(T1) - K \cdot \exp(-r(T2 - T1))$ 的误差非常小，那么我们几乎就能确定以盈利告终。

3) 在运用期差不等式套利时，依然应该十分注意各相关头寸的流动性，下单顺序可以以流

动性从弱到强的顺序。另外，该策略涉及两个义务仓头寸，且其中一个是远月合约，保证金相对较为高昂，因此我们需要在衍生品保证金账户中存放充足的资金，以避免中途被强行平仓的风险。

八、小结

在本文中，我们以 ETF 期权全真模拟交易的实证分析来为今后的操作提供丰富的经验。每一次套利时，我们的逻辑是：如果市场无套利机会，那么相关的恒等式和不等式都成立。所以，如果这些恒等式和不等式不成立，那么我们就有可能找到套利的机会。如果市场上的期权价格发生较大偏差，偏差大于了开仓和平仓时的所有交易成本，那么我们就能非常肯定地进行无风险套利。

通过国外市场数据的相关实证分析，期权市场在处于初级阶段时往往会存在各种套利机会，一旦市场进入了成熟的阶段，这样的套利机会就会明显减少。我国现在正在进行 ETF 期权的仿真交易阶段，据悉也将会在未来的未来正式推出。对于我国这样一个新兴市场，许多投资者存在着潜在的“追涨杀跌”的思维，虽然有着各家期权做市商的存在，但做市商也不必对所有合约进行报价，因此，当某些合约的市场定价出现严重偏离时，我们便可以站在套利者的角度，卖出被高估的合约，买入被低估的合约，在为自己赚取无风险盈利的同时，也纠正了被市场扭曲的定价，使价格重新回归理性的区间。

通过上述的实例，我们也可以体会到套利是一种持之以恒的收益增强策略。虽然每一次套利操作后，在扣除交易费用、结算费用和券商佣金后数值上比较微小，但所谓“不积跬步，无以至千里；不积细流，无以成江海”，对于一个套利型思维的投资者，不必去在乎一次套到多少利润，而应在乎抓住多少次相同的机会，使得利润慢慢地积少成多。

作者联系方式：

姓名：余力

手机：13801646124

电话：021-53519888-1916

单位：上海证券有限责任公司

地址：上海市西藏中路 336 号 9 楼，200001