

期权中性套利及做市策略之程序化实现

言成智信投资咨询有限责任公司 沈发鹏

一. 期权中性套利及做市策略原理

1. 期权中性套利及做市策略机会简述

作为金融衍生品中的明珠，尽管期权是金融衍生的产物，但毫无疑问其价格不可能脱离其与衍生源的相关关系，一旦脱离正常关系必然导致套利空间的出现。正如此，目前包括B-S模型、二项式模型、蒙特卡洛模型等国际通行的期权定价模型都基于无风险套利原理出发逐步发展完善。

亦源于期权定价所当然遵循的无套利原理，期权价格必然不可偏离其与相关投资品的“固定关系”，一旦出现便属套利机会，投资者或机构可广泛入场获利。适逢我国期权上市在即，在目前包括投资者，甚至机构专业人士对期权认知存在明显不足的背景下，“领先”的投资者或机构当然有必要针对这类机会做打靶性布局。

2. 期权无套利定价约束关系简述

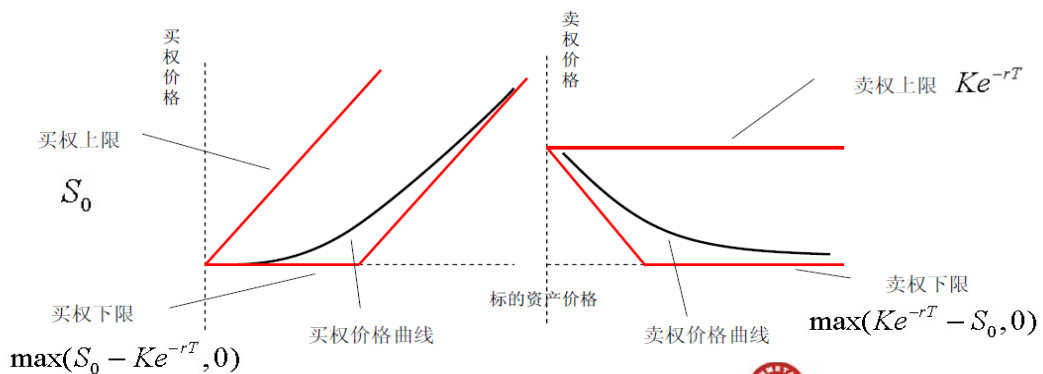
说明：本文下述内容中，会多次引用数学公式。其中 S_0 指期权标的物价格， K 指期权行权价（ K_1 、 K_2 、 K_3 代表不同行权价）， r 指无风险利率， T 指期权剩余时间， C 、 C_0 指认购期权价格， P 、 P_0 指认沽期权价格。

1). 期权定价上下限约束

基于期权定价模型，我们可以知晓特定条件下期权的价格理论上存在合理区域，如下：

$$\begin{aligned}\max(S_0 - Ke^{-rT}, 0) &\leq C_0 \leq S_0 \\ \max(Ke^{-rT} - S_0, 0) &\leq P_0 \leq Ke^{-rT}\end{aligned}$$

从期权价格变化图来看，即期权价格应满足如下图示关系：



2). 期权买卖权平价约束 (Put-Call Parity)

基于期权定价公式可推导，对于同一标的、同一到期日、相同行权价的认购以及认沽期权，在特定时间里认购期权与认沽期权的差价应该等于当时标的价格与交割价现值的差额，如下：

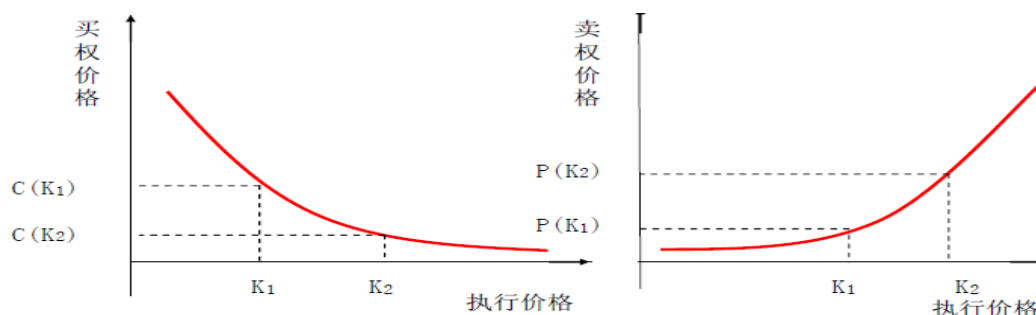
$$C_0 + Ke^{-rT} = P_0 + S_0$$

3). 期权价格偏度约束(Slope Restriction)

基于期权定价公式可推导，对于同一标的、同一到期日、不同行权价的认购以及认沽期权，其价格具备相对稳定的偏度关系，如下：

$$\begin{aligned} K_1 &< K_2 \\ 0 &\leq C(K_1) - C(K_2) \leq (K_2 - K_1)e^{-rT} \\ 0 &\leq P(K_2) - P(K_1) \leq (K_2 - K_1)e^{-rT} \end{aligned}$$

从期权价格变化图来看，即不同行权价期权价格应满足如下图示关系：



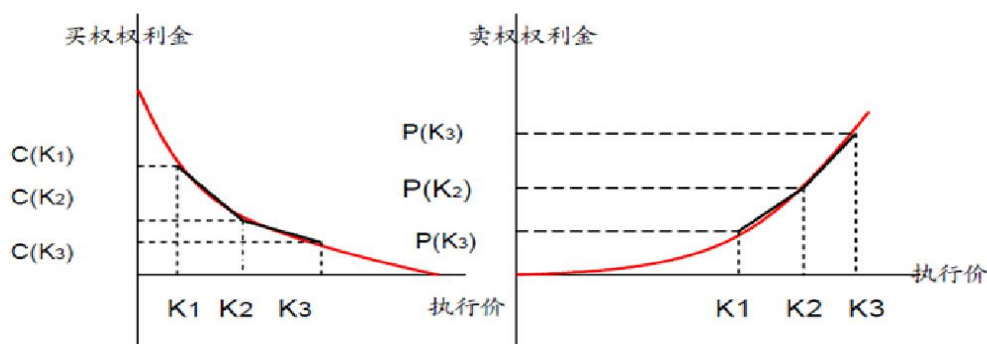
4). 期权价格凸性约束(Convexity Restriction)

基于期权定价公式可推导，对于同一标的、同一到期日、不同行权价的认购以及认沽期权，其价格具备相对稳定的凸性关系，如下：

$$\begin{aligned} K_1 &< K_2 < K_3 \\ \frac{C(K_2) - C(K_3)}{K_3 - K_2} &\leq \frac{C(K_1) - C(K_2)}{K_2 - K_1} \\ \frac{P(K_2) - P(K_1)}{K_2 - K_1} &\leq \frac{P(K_3) - P(K_2)}{K_3 - K_2} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} C(K_2) &\leq \lambda C(K_1) + (1 - \lambda)C(K_3) \\ P(K_2) &\leq \lambda P(K_1) + (1 - \lambda)P(K_3) \end{aligned}$$

其中， $\lambda = \frac{K_3 - K_2}{K_3 - K_1}$

从期权价格变化图来看，即不同行权价期权价格应满足如下图示关系：



5). 期权价格箱型约束(Box Spread Strategy)

同样基于期权定价公式可知，期权与期权标的物之间可以无缝转换，利用认购与认沽期权可以完美复制期权标的物。源于此，对于同一标的、同一到期日、不同行权价的认购以及认沽期权，其必然存在合理的箱型差价关系，理论基本等同“期权买卖权平价约束”。

$$K1 < K2$$

$$C(K1) - P(K1) - C(K2) + P(K2) = (K2 - K1)e^{-rT}$$

二. 期权中性套利及做市策略进出场实现

1. 期权中性套利策略进出场实现

1). 期权定价上下限约束突破套利

A. 认购期权上下限约束突破套利

步骤 1: 跟踪约束公式，当 $C_0 < \max(S_0 - Ke^{-rT}, 0)$ 时，以买卖等价至原则，以 C_0 买入行权价为 K 的认购期权，同时以 S_0 卖出期权标的物；或者当 $C_0 \geq S_0$ 时，以买卖等价至原则，以 C_0 卖出行权价为 K 的认购期权，同时以 S_0 买入期权标的物。

步骤 2: 当约束关系回归正常，即 $\max(S_0 - Ke^{-rT}, 0) \leq C_0 \leq S_0$ 时，对前述持仓进行平仓，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

B. 认沽期权上下限约束突破套利

步骤 1: 跟踪约束公式，当 $P_0 < \max(Ke^{-rT} - S_0, 0)$ 时，以买卖等价至原则，以 P_0 买入行权价为 K 的认沽期权，同时以 S_0 买入期权标的物；或者当 $P_0 \geq Ke^{-rT}$ 时，以买卖等价至原则，以 P_0 卖出行权价为 K 的认沽期权，同时以 S_0 卖出期权标的物。

步骤 2: 当约束关系回归正常，即 $\max(Ke^{-rT} - S_0, 0) \leq P_0 \leq Ke^{-rT}$ 时，对前述持仓进行平仓，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

2). 期权买卖权平价约束(Put-Call Parity)突破套利

步骤 1: 跟踪约束公式，当 $C_0 - P_0 < S_0 - Ke^{-rT}$ 出现时，以无敞口原则，同等单位以 C_0 买入 K 行权价看涨期权、以 P_0 卖出 K 行权价认沽期权，合适单位以 S_0 卖出期权标的物；或者当 $C_0 - P_0 > S_0 - Ke^{-rT}$ 时，以无敞口原则，同等单位以 C_0 卖出 K 行权价看涨期权、以 P_0 买入 K 行权价认沽期权，合适单位以 S_0 买入期权标的物。

步骤 2: 当约束关系回归正常，即 $C_0 - P_0 = S_0 - Ke^{-rT}$ 时，对前述持仓进行平仓，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

3). 期权价格偏度约束(Slope Restriction)突破套利

A. 期权价格偏度正向套利

在行权价 $K1 < K2$ 条件下，认购期权组合实现步骤：

步骤 1：当 $C(K1) - C(K2) < 0$ 出现，以同等单位买入 $C(K1)$ 、卖出 $C(K2)$ 组合建仓；

步骤 2：当 $C(K1) - C(K2) \geq 0$ 时，对前述持仓做平仓处理，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

在行权价 $K1 < K2$ 条件下，认沽期权组合实现步骤：

步骤 1：当 $P(K2) - P(K1) < 0$ 出现，以同等单位买入 $P(K2)$ 、卖出 $P(K1)$ 组合建仓；

步骤 2：当 $P(K2) - P(K1) \geq 0$ 时，对前述持仓做平仓处理，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

B. 期权价格偏度反向套利

在行权价 $K1 < K2$ 条件下，认购期权组合实现步骤：

步骤 1：当 $C(K1) - C(K2) > (K1 - K2)e^{-rt}$ 出现，同等单位卖出 $C(K1)$ 、买入 $C(K2)$ 组合建仓；

步骤 2：当 $C(K1) - C(K2) \leq (K1 - K2)e^{-rt}$ 时，对前述持仓做平仓处理，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

在行权价 $K1 < K2$ 条件下，认沽期权组合实现步骤：

步骤 1：当 $P(K2) - P(K1) > (K1 - K2)e^{-rt}$ 出现，同等单位卖出 $P(K2)$ 、买入 $P(K1)$ 组合建仓；

步骤 2：当 $P(K2) - P(K1) \leq (K1 - K2)e^{-rt}$ 时，对前述持仓做平仓处理，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

4). 期权价格凸性约束(Convexity Restriction)突破套利

在行权价 $K1 < K2 < K3$ 的条件下，认购期权价格凸性交易套利：

步骤 1：计算 λ 值：

步骤 2：当 $C(K2) - \lambda C(K1) - (1 - \lambda)C(K3) > 0$ 出现，做卖出 1 单位 $C(K2)$ 、买入 λ 单位 $C(K1)$ 、买入 $(1 - \lambda)$ 单位 $C(K3)$ 组合建仓；

步骤 3：当 $C(K2) - \lambda C(K1) - (1 - \lambda)C(K3) \leq 0$ 时，对前述持仓进行平仓，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

在行权价 $K1 < K2 < K3$ 的条件下，认沽期权价格曲线凸性交易策略同理。

5). 期权价格箱型约束(Box Spread Strategy)突破套利

在行权价 $K_2 > K_1$ 条件下，期权价格箱型约束突破套利：

步骤 1：跟踪约束公式，当 $C(K_1) - P(K_1) - C(K_2) + P(K_2) > (K_2 - K_1)e^{-rt}$ 时，以同等单位卖出 $C(K_1)$ 、 $P(K_2)$ ，买入 $C(K_2)$ 、 $P(K_1)$ ；相反时，建仓方向相反。

步骤 2：当约束关系回归正常，即 $C(K_1) - P(K_1) - C(K_2) + P(K_2) = (K_2 - K_1)e^{-rt}$ 时，对持仓做平仓处理，若截止交割前不出现，则选择交割平仓。

2. 期权中性做市策略进出场实现

前述所有交易逻辑触发点在于目前跟踪组合对应期权价格约束关系出现异化，即在实际交易过程中，往往需要市场先生生成一组不合理约束关系后，策略机制才能启动。

但事实上，若是在撤单数量、即时成交笔数上具有交易所豁免资格的场内做市商，可以更加优化期权价格约束突破型交易，预设条件单的方式可以让做市商在先于市场生成不合约凸性软约束关系之前，启动策略机制并第一时间捕捉到低风险高胜率组合。

1). 期权定价上下限约束做市

A. 认购期权上下限约束做市

步骤 1：计算在当 S_0 、 K 等其他因素不变条件下， $C_{t1} < \text{MAX}(S_0 - Ke^{-rt}, 0)$ 时的价格 C_{t1} ，以及当 $C_{t2} \geq S_0$ 时价格 C_{t2} ；在当 C 、 k 因素不变条件下， $C < \text{MAX}(S_{t1} - Ke^{-rt}, 0)$ 时的 S_{t1} ，以及当 $C \geq S_{t2}$ 时价格 S_{t2} 。

步骤 2：分别以 C_{t1} 价格买入报单认购期权、 C_{t2} 价格卖出报单认购期权，以 S_{t1} 价格卖出报单期权标的物， S_{t2} 价格买入报单期权标的物。

步骤 3：当上述任一价格成交后，立即以单位组合合适比例、市价建仓对应组合另外的腿，同时对未成交的条件单进行撤单；

步骤 4：组合成交后，按照步骤 1 的方法，反向计算出持仓上下限约束关系回归正常所需各腿价格变化，然后跳转至步骤 2。

B. 认沽期权上下限约束做市

同理认购期权。

2). 期权买卖权平价约束 (Put-Call Parity) 做市

步骤 1：计算在当 C_0 、 S_0 、 K 不变时， $C_0 - P_{t1} < S_0 - Ke^{-rt}$ 时 P_{t1} ，当 P_0 、 S_0 、 K 不变， $C_{t1} - P_0 < S_0 - Ke^{-rt}$ 时 C_{t1} ，当 C_0 、 P_0 、 K 不变， $C_0 - P_0 < S_{t1} - Ke^{-rt}$ 时 S_{t1} ；同理计算出当 $C_0 - P_0 > S_0 - Ke^{-rt}$ 时 C_{t2} 、 P_{t2} 、 S_{t2} 。

步骤 2：分别以合适单位 C_{t1} 价格买入报单认购期权、 C_{t2} 价格卖出报单认购期权；分别以合适单位 P_{t1} 价格卖出报单认沽期权、 P_{t2} 价格买入报单认沽期权；以 S_{t1} 价格卖出报

单期权标的物， St_2 价格买入报单期权标的物。

步骤 3：当上述任一价格成交后，立即以单位组合合适比例、市价建仓对应组合另外的腿，同时对未成交的条件单进行撤单；

步骤 4：组合成交后，按照步骤 1 的方法，反向计算出持仓买卖平价关系回归正常所需各腿价格变化，然后跳转至步骤 2。

3). 期权价格偏度约束(Slope Restriction)做市

A. 认购期权偏度约束做市

步骤 1：计算 r 、 T 、 $C(K_2)$ 不变时， $C(K_1)$ 变化至 $C_t(K_1)$ 时，偏度偏差 X ($X=C(K_2)-C(K_1)$ 或 $X=C(K_1)-C(K_2)-K_1+K_2$) >0 ，得到 $C_t(K_1)$ ，同理得到， $C_t(K_2)$ ；

步骤 2：以单位组合合适比例按 $C_t(K_1)$ 、 $C_t(K_2)$ 价格预设成交条件单；

步骤 3：当 $C_t(K_1)$ 、 $C_t(K_2)$ 价格中任一条件单成交，立即以单位组合合适比例、市价建仓对应组合另外 2 腿，同时对未成交的两组条件单进行撤单；

步骤 4：组合成交后，按照步骤 1 的方法，反向计算出持仓偏度关系回归正常所需各腿价格变化，然后跳转至步骤 2。

B. 认沽期权偏度约束做市

同理认购期权。

4). 期权价格凸性约束(Convexity Restriction)做市

A. 认购期权凸性约束做市

步骤 1：计算 λ 、 $C(K_2)$ 、 $C(K_3)$ 不变时， $C(K_1)$ 变化至 $C_t(K_1)$ 时，偏差 X ($X=C(K_2)-\lambda C(K_1)-(1-\lambda)C(K_3)$) >0 ，得到 $C_t(K_1)$ ，同理得到 $C_t(K_2)$ 、 $C_t(K_3)$ ；

步骤 2：以单位组合合适比例， $C_t(K_1)$ 、 $C_t(K_2)$ 、 $C_t(K_3)$ 价格预设成交条件单；

步骤 3：当 $C_t(K_1)$ 、 $C_t(K_2)$ 、 $C_t(K_3)$ 价格中任一条件单成交，立即以单位组合合适比例、市价建仓对应组合另外 2 腿，同时对未成交的两组条件单进行撤单；

步骤 4：组合成交后，按照步骤 1 的方法，反向计算出持仓凸性关系回归正常所需各腿价格变化，然后跳转至步骤 2。

B. 认沽期权凸性约束做市

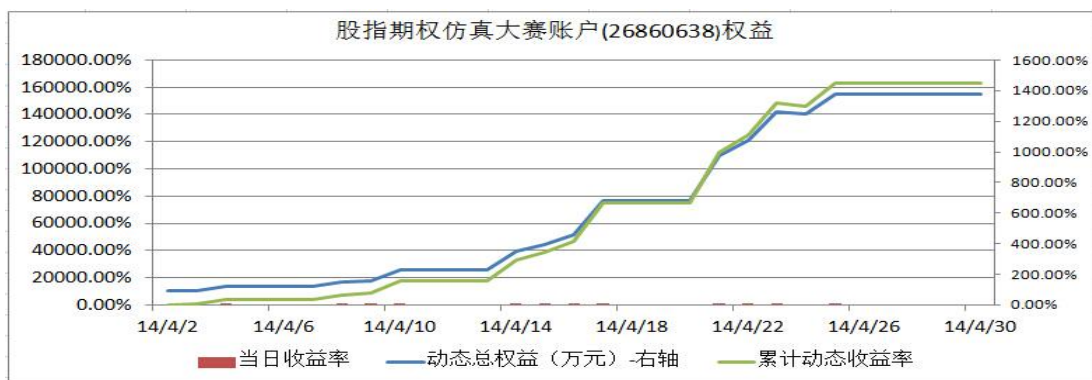
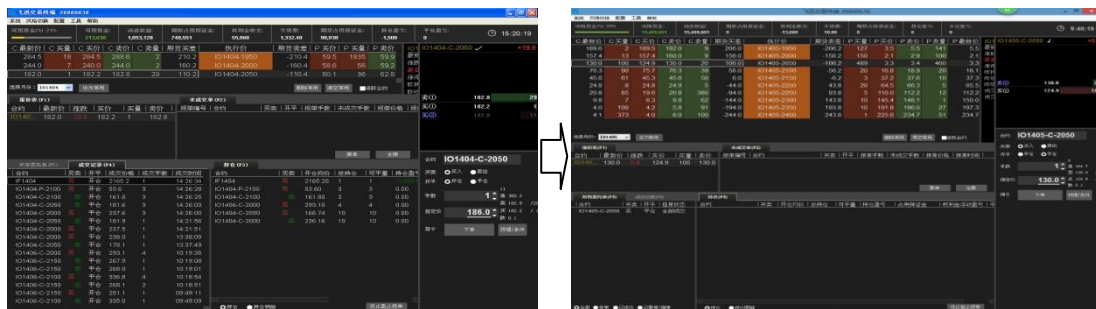
同理认购期权。

5). 期权价格箱型约束(Box Spread Strategy)做市

在行权价 $K_2 > K_1$ 条件下，期权价格箱型约束突破套利：

步骤 1：同理前述约束做市步骤 1，计算 $C(K_1)-P(K_1)-C(K_2)+P(K_2) > (K_2-K_1)e^{-rT}$ 时

Ct1(K1)、Ct1(K2)、Pt1(K1)、Pt1(K2)； 以及 $C(K1)-P(K1)-C(K2)+P(K2) < (K2-K1)e^{-rT}$ 时
Ct2(K1)、Ct2(K2)、Pt2(K1)、Pt2(K2)



● 2014 年 7 月股指期货期权内部仿真绩效

下图为本公司利用本程序 2014 年 7 月股指期货期权内部测试结果,策略仿真测试账户 2014 年 7 月 8 启动,其实资金为 1,000,000 元人民币,截止 2014 年 7 月 28 日,总权益达到 1,939,026 元,总收益率达 93.90%。

交易及账户报告

账号 10026473
姓名 沈发鹏
报告期间 20140628-20140728

账户概要

期初账户净值	0.00
+ 出入金	1,000,000.00
+ 交易盈亏	-43,143.00
- 手续费	547.80
= 期末账户净值	1,939,026.28
- 持仓占用保证金	895,617.20
- 挂单冻结	0.00
= 可用资金	999,799.08

